

PD Dr. Jan Johannsen
Elisabeth Lempa
Luca Maio

Ludwig-Maximilians-Universität München
Institut für Informatik
Besprechung 21.05.2026 bis 01.06.2026
Abgabe bis 09.06.2026, 14:00 Uhr

Lösungsvorschlag zur Klausurvorbereitungsaufgabe zur Übung 5 zur
Vorlesung

Theoretische Informatik für Studierende der Medieninformatik

Klausurvorbereitung TIMI-5-K

- a) Zeigen Sie mit Hilfe des Pumpinglemmas für reguläre Sprachen, dass die Sprache $L_1 := \{w \mid \#_a(w) < \#_b(w) + \#_c(w)\}$ (die Sprache der Wörter, die in Summe mehr b's und c's als a's enthalten,) nicht regulär ist.

LÖSUNGSVORSCHLAG:

Wir nehmen an, L_1 ist regulär. D.h. die Pumping-Eigenschaft gilt für L_1 .

Sei $n \in \mathbb{N}_{>0}$ die "Pumpingzahl" von L_1 .

Wir wählen das Wort $z = a^n b^n c^n \in L_1$ mit $|z| \geq n$.

Betrachte nun Zerlegungen $z = uvw$ mit $|uv| \leq n$, $|v| > 0$ und $uv^i w \in L_1$ für jedes $i \in \mathbb{N}$.

Wir zeigen, dass es stets ein $i \in \mathbb{N}$ gibt, sodass $uv^i w \notin L_1$ ist. Aus den ersten zwei Eigenschaften der Zerlegungen folgt, dass jede Zerlegung die Form $u = a^j, v = a^k, w = a^l b^n c^n$ hat mit $j + k + l = n$, $j + k \leq n$ und $k > 0$. Dies bedeutet, v enthält immer mindestens ein a . Wählen wir nun $i = 2n = \#_b(z) + \#_c(z)$. Dann gilt $\#_a(uv^i w) = j + 2nk + l \geq 2n = \#_b(z) + \#_c(z)$, da $k > 0$ und somit $uv^i w \notin L_1$. Dies verletzt aber die Annahme, dass $uv^i w \in L_1$ für jedes i . Widerspruch.