

## Übung 7 zur Vorlesung Theoretische Informatik für Studierende der Medieninformatik

**Hinweis:**

Die letzte Aufgabe auf diesem Blatt ist eine Aufgabe zur Klausurvorbereitung. Diese Aufgabe orientiert sich in Form und inhaltlichen Schwerpunkten an den Klausuraufgaben. Dies bedeutet jedoch nicht, dass die anderen Aufgaben nicht klausurrelevant sind.

Die Lösungen der Klausurvorbereitungs-Aufgaben werden am Ende der Bearbeitungszeit gesondert veröffentlicht, aber **nicht** im Tutorium besprochen. Die Lösungen der anderen Aufgaben werden bereits zu Beginn der Bearbeitungszeit veröffentlicht und können Ihnen bei der Bearbeitung helfen.

Wenn Sie Ihre Lösung innerhalb der Bearbeitungszeit über Moodle abgeben, erhalten Sie eine individuelle Korrektur. Die Abgabe ist freiwillig (aber nachdrücklich empfohlen).

**TIMI7-1 Sprachen einordnen**

Die formalen Sprachen  $L_i$ ,  $i \in \{0, \dots, 2\}$ , seien definiert als

$$\begin{aligned} L_0 &:= \{(ab)^i \$ (ba)^i \mid i \in \mathbb{N}\} && \subseteq \{a, b, \$\}^* \\ L_1 &:= \{ab^i \mid i \in \mathbb{N}\} \cup \{c^i a \mid i \in \mathbb{N}\} && \subseteq \{a, b, c\}^* \\ L_2 &:= \{(ab)^j \$ c^i \mid i, j \in \mathbb{N}\} && \subseteq \{a, b, c, \$\}^* \end{aligned}$$

Für die  $i$ -fache Wiederholung des Worts  $w$  schreiben wir manchmal  $(w)^i$  statt nur  $w^i$ , um Anfang und Ende von  $w$  zu markieren. Die Klammern sind daher *nicht* Teil des Alphabets der jeweiligen Sprachen.

Bearbeiten Sie die folgenden Arbeitsaufträge für jede der Sprachen  $L_i$ .

- Beweisen oder widerlegen Sie, dass  $L_i$  regulär ist.
- Falls  $L_i$  kontextfrei ist, beweisen Sie dies. Falls nicht, begründen Sie, warum das so ist.

**Hinweis:** Nutzen Sie, dass manche Aussagen direkt aus anderen Aussagen folgen. Um zu beweisen, dass  $L_i$  regulär/kontextfrei ist, genügt es, ein geeignetes Konstrukt  $K_i$  (Grammatik, Automat oder regulärer Ausdruck) anzugeben und kurz zu begründen, warum  $L(K_i) = L_i$  gilt.

### **TIMI7-2 Turingmaschinen erstellen**

Wir betrachten die Sprache  $L = \{w \mid \#_b(w) > \#_c(w)\}$  über dem Alphabet  $\{b, c\}$ .

- a) Erstellen Sie auf <https://turingmachinesimulator.com/> eine TM, die  $L$  erkennt. Geben Sie sowohl einen Link zur Maschine an als auch den „Programmtext“ der Maschine.
- b) Geben Sie für Ihre TM aus Teilaufgabe a) einen Zustandsgraphen an.
- c) Geben Sie die Läufe der folgenden Wörter auf Ihre TM aus Teilaufgabe a) an:  $\varepsilon, c, bcc, cbcbb$ .

**Hinweis:** Wörter, die nicht in  $L$  liegen, erzeugen eventuell unendliche Läufe. Geben Sie in solchen Fällen ein Präfix an, aus dem ersichtlich wird, dass der Lauf unendlich ist.

### **Klausurvorbereitung TIMI-7-K**

- a) Geben Sie eine Turingmaschine an, die die folgende Funktion berechnet:

$$f(x) = x + 1, \text{ für eine Zahl } x \text{ in Binärschreibweise.}$$

Beispielsweise  $f(1) = 10$ ,  $f(1100) = 1101$ ,  $f(1011) = 1100$ . Beachten Sie, dass nach der Definition der Funktion einer Turingmaschine das Funktionsergebnis nach der Berechnung **rechts neben dem Lesekopf** steht.