

## Übung 1 zur Vorlesung Theoretische Informatik für Studierende der Medieninformatik

### **Hinweis:**

Die letzte Aufgabe auf diesem Blatt ist eine Aufgabe zur Klausurvorbereitung. Diese Aufgabe orientiert sich in Form und inhaltlichen Schwerpunkten an den Klausuraufgaben. Dies bedeutet jedoch nicht, dass die anderen Aufgaben nicht klausurrelevant sind.

Die Lösungen der Klausurvorbereitungs-Aufgaben werden am Ende der Bearbeitungszeit gesondert veröffentlicht, aber **nicht** im Tutorium besprochen. Die Lösungen der anderen Aufgaben werden bereits zu Beginn der Bearbeitungszeit veröffentlicht und können Ihnen bei der Bearbeitung helfen.

Wenn Sie Ihre Lösung innerhalb der Bearbeitungszeit über Moodle abgeben, erhalten Sie eine individuelle Korrektur. Die Abgabe ist freiwillig (aber nachdrücklich empfohlen).

### **TIMI1-1 Operationen auf formalen Sprachen**

Beweisen oder widerlegen Sie jede der folgenden Aussagen:

- Seien  $L_1$  und  $L_2$  formale Sprachen über dem Alphabet  $\Sigma = \{a, b\}$ , sodass alle Wörter in  $L_1$  eine gerade Anzahl von  $a$ 's haben und alle Wörter in  $L_2$  eine gerade Anzahl von  $b$ 's haben. Dann haben alle Wörter in  $L_1 \cap L_2$  eine gerade Anzahl von  $a$ 's und eine gerade Anzahl von  $b$ 's.
- Sei die formale Sprache  $L$  definiert als  $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \leq \#_b(w)\}$ . Dann gilt  $L \cdot \{b\}^* = L$ .
- Sei  $\Sigma$  ein Alphabet und  $k \in \mathbb{N}$ . Sei  $L$  die Sprache  $\{w \in \Sigma^* \mid |w| \leq k\}$ . Dann ist  $L$  eine endliche Sprache.
- Über dem Alphabet  $\Sigma = \{a, b, c\}$  definieren wir die Sprache  $L = \{w \in \Sigma^* \mid \#_a(w) + \#_b(w) = \#_c(w)\}$ , also die Sprache der Wörter, die so viele  $a$ 's und  $b$ 's wie  $c$ 's enthalten. Es gilt:  $L^* \subseteq L$ .

### TIMI1-2 Grammatiken angeben

Sei  $\Sigma = \{a, b\}$ . Geben Sie für jede der folgenden Teilaufgaben eine Grammatik  $G_i$  als 4-Tupel an, sodass  $L(G_i)$  die Sprache  $L_i$  über  $\Sigma$  erzeugt. Verwenden Sie keine  $\varepsilon$ -Produktionen. Erläutern Sie, warum  $L(G_i) = L_i$  gilt, indem Sie die „Aufgabe“ der einzelnen Variablen und Produktionen erläutern. Geben Sie außerdem jeweils den Typ Ihrer Grammatik an (mit Begründung).

- a)  $L_1 = \{a, b\}^+$
- b)  $L_2 = \{w \in \Sigma^+ \mid |w| \leq 2\}$
- c)  $L_3 = \{a^i b^j a^j b^i \mid i, j > 0\}$ .

### Klausurvorbereitung TIMI-1-K

- a) Beweisen Sie:

$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \leq \#_b(w)\}$ , also die Sprache der Wörter die mindestens so viele bs wie as enthalten. Dann gilt  $L \cup \{b\}^* = L$ .

- b) Geben Sie eine Grammatik an, die die Sprache  $L = \{a\}^+$  über dem Alphabet  $\Sigma = \{a, b\}$  erzeugt. Verwenden Sie keine  $\varepsilon$ -Produktionen. Erläutern Sie, warum  $L(G_i) = L_i$  gilt, indem Sie die „Aufgabe“ der einzelnen Variablen und Produktionen erläutern. Geben Sie außerdem jeweils den Typ Ihrer Grammatik an (mit Begründung).