

Übung 8 zur Vorlesung Formale Sprachen und Komplexität

Hinweis:

Die letzte Aufgabe auf diesem Blatt ist eine Aufgabe zur Klausurvorbereitung. Diese Aufgabe orientiert sich in Form und inhaltlichen Schwerpunkten an den Klausuraufgaben. Dies bedeutet jedoch nicht, dass die anderen Aufgaben nicht klausurrelevant sind.

Die Lösungen der Klausurvorbereitungs-Aufgaben werden am Ende der Bearbeitungszeit gesondert veröffentlicht, aber **nicht** im Tutorium besprochen. Die Lösungen der anderen Aufgaben werden bereits zu Beginn der Bearbeitungszeit veröffentlicht und können Ihnen bei der Bearbeitung helfen.

Wenn Sie Ihre Lösung innerhalb der Bearbeitungszeit über Moodle abgeben, erhalten Sie eine individuelle Korrektur. Die Abgabe ist freiwillig (aber nachdrücklich empfohlen).

FSK8-1 *Entscheiden des Wortproblems für Sprachen von Typ 1*

Sei $G = (V, \{a, b, c\}, P, S)$ eine Grammatik mit Produktionen

$$\begin{aligned} P = \{ & S \rightarrow SabS \mid Ac \mid cB, \\ & Ac \rightarrow ccA, \\ & cA \rightarrow ca, \\ & AA \rightarrow aA, \\ & Aa \rightarrow ab, \\ & cB \rightarrow Bcc, \\ & Bc \rightarrow bc, \\ & BB \rightarrow Bb, \\ & bB \rightarrow ab \} \end{aligned}$$

- Berechnen Sie gemäß der Konstruktion aus der Vorlesung L_i^6 für alle $i \in \mathbb{N}$ und begründen Sie kurz.
- Geben Sie zwei Wörter an, die auf Grundlage der Berechnung in der Sprache $L(G)$ sind.

- c) Geben Sie drei Wörter an, die auf Grundlage der Berechnung nicht in der Sprache $L(G)$ sind.

FSK8-2 LBAs

Wir betrachten die Sprache $L = \{a^n b^{2^n} c^n \mid n \in \mathbb{N}_{>0}\}$ über dem Alphabet $\{a, b, c\}$.

- Geben Sie einen Zustandsgraphen für einen LBA an, der L erkennt.
- Geben Sie eine Definition dafür an, dass ein LBA "deterministisch" ist in dem Sinne wie wir es für die anderen Konstrukte dieser Vorlesung getan haben.
- Geben Sie eine Definition dafür an, dass ein nach Ihrer Definition aus b) deterministischer LBA eine Funktion berechnet. Orientieren Sie sich dabei an der entsprechenden Definition für deterministische Turingmaschinen.
- Geben Sie den Zustandsgraphen eines nach Ihrer Definition aus b) deterministischen LBA an, der nach Ihrer Definition aus c) die Funktion $f(w) = \bar{w}$ über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ berechnet.
- Warum ist es für die Definition aus c) notwendig, dass der LBA deterministisch ist?

FSK8-3 Turingmaschinen

- Seien $M = \{w \mid \#_a(w) = \#_b(w)\}$ und $N = L(a^*b^*)$ Sprachen über $\Sigma = \{a, b\}$. Zeigen Sie, dass es eine Funktion f gibt mit $\forall x \in \Sigma^* . x \in M \iff f(x) \in N$.
- Geben Sie eine deterministische Turingmaschine an, welche N erkennt.
- Was muss für f gelten, damit man daraus folgern kann, dass M von einer Turingmaschine erkannt werden kann (ohne die Turingberechenbarkeit von M direkt zu zeigen)?

FSK8-4 LOOP-Programme

Für LOOP-Programme sind ausschließlich folgende Konstrukte erlaubt:

$$\begin{aligned} x_i &:= x_j + c \\ x_i &:= x_j - c \\ x_i &:= c \\ P_1; P_2 \\ \text{LOOP } x_i \text{ DO } P \text{ END} \end{aligned}$$

- a) Schreiben Sie ein LOOP-Programm, das die folgende Funktion berechnet:

$$f : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}, \quad f(x, y) = 3 * (x - y)$$

- b) Schreiben Sie ein LOOP-Programm, das den folgenden Pseudocode implementiert:

FOR $x_i := 0$ **TO** x_1 **DO** $x_0 := x_0 + x_i$ **END**

Klausurvorbereitung FSK-8-K

Die kontextfreien Sprachen sind unter kleeneschem Abschluss, Produkt und Vereinigung mit kontextfreien Sprachen, sowie unter Schnitt mit regulären Sprachen abgeschlossen.

Zeigen Sie mithilfe dieser Abschlusseigenschaften, dass die Sprache

$$L_1 = \{w \mid \#_a(w) = \#_b(w) = \#_c(w) + 1\}$$

über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ nicht kontextfrei ist. Sie dürfen annehmen, dass die Sprache $L_2 = \{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}_{>0}\}$ nicht kontextfrei ist.