

## Übung 9 zur Vorlesung Theoretische Informatik für Studierende der Medieninformatik

### Hinweis:

Die letzte Aufgabe auf diesem Blatt ist eine Aufgabe zur Klausurvorbereitung. Diese Aufgabe orientiert sich in Form und inhaltlichen Schwerpunkten an den Klausuraufgaben. Dies bedeutet jedoch nicht, dass die anderen Aufgaben nicht klausurrelevant sind.

Die Lösungen der Klausurvorbereitungs-Aufgaben werden am Ende der Bearbeitungszeit gesondert veröffentlicht, aber **nicht** im Tutorium besprochen. Die Lösungen der anderen Aufgaben werden bereits zu Beginn der Bearbeitungszeit veröffentlicht und können Ihnen bei der Bearbeitung helfen.

Wenn Sie Ihre Lösung innerhalb der Bearbeitungszeit über Moodle abgeben, erhalten Sie eine individuelle Korrektur. Die Abgabe ist freiwillig (aber nachdrücklich empfohlen).

### TIMI9-1 Halteprobleme

- a) Betrachten Sie die Sprache

$$L_1 = \{w_M \in \{0,1\}^* \mid \text{TM } M \text{ hält für Eingabe } 01\}$$

wobei  $w_M$  das Encoding für  $M$  ist.

Welche der folgenden Aussagen ist korrekt? Beweisen Sie Ihre Antwort.

- $L_1$  ist entscheidbar.
- $L_1$  ist semi-entscheidbar, aber nicht entscheidbar.
- $L_1$  ist weder entscheidbar noch semi-entscheidbar.

Um zu zeigen, dass  $L_1$  entscheidbar (bzw. semi-entscheidbar) ist, beschreiben Sie kurz die Funktionsweise einer deterministischen Turingmaschine, die  $L_1$  (semi-)entscheidet. Um zu zeigen, dass  $L_1$  nicht (semi-)entscheidbar ist, reduzieren Sie ein geeignetes Problem auf  $L_1$ .

- b) Zeigen Sie, dass das folgende Problem für jede deterministische Turingmaschine  $M$  und natürliche Zahl  $n$  entscheidbar ist.

„ $M$  hält auf jeder Eingabe nach höchstens  $n$  Schritten.“

### **TIMI9-2 Entscheidbarkeit**

Prüfen Sie, ob die folgenden Behauptungen wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antworten wie folgt: Wenn eine Sprache  $L$  (semi-)entscheidbar ist, beschreiben Sie die Funktionsweise einer deterministischen Turingmaschine, die die charakteristische Funktion  $\chi_L$  bzw.  $\chi'_L$  berechnet. Wenn  $L$  nicht (semi-)entscheidbar ist, leiten Sie einen Widerspruch ab.

- a) Wenn  $A$  und  $B$  entscheidbare Sprachen sind, dann ist  $A \cap B$  entscheidbar.
- b) Wenn  $A$  und  $A \cup B$  entscheidbar sind, dann ist  $B$  entscheidbar.
- c) Das Problem, ob  $L(M) \neq \emptyset$  für eine gegebene Turingmaschine  $M$  gilt, ist semi-entscheidbar.

### **Klausurvorbereitung TIMI-9-K**

- a) Das Problem, ob  $L(M) \neq \emptyset$  für eine gegebene Turingmaschine  $M$  gilt, ist unentscheidbar. Zeigen Sie die Unentscheidbarkeit, indem sie  $H_0$  darauf reduzieren. **Hinweis:** In früheren Versionen dieses Blattes gab es leider Tippfehler in der Angabe, und es sollte die Unentscheidbarkeit für das Problem  $L(M) = \emptyset$  durch Reduktion auf  $H_0$  gezeigt werden. Wir bitten diese beiden Fehler zu entschuldigen.