

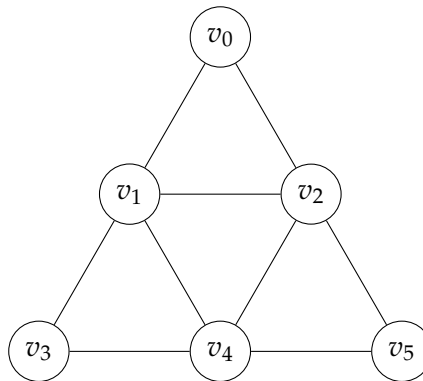
Übung 12 zur Vorlesung
Theoretische Informatik für Studierende der Medieninformatik

TIMI12-1 \mathcal{NP} -Vollständigkeit von Graphenproblemen

(2 Punkte)

Das Independent-Clique-Problem (ICP) beantwortet für einen Graphen G und eine natürliche Zahl n die Frage, ob es in G eine Clique C der Größe n und eine unabhängige Knotenmenge I der Größe n gibt, sodass $|C \cap I| = 1$ gilt.

- a) Der Graph G sei:



Beantworten Sie für alle $n \in \mathbb{N}$ die Frage, ob $(G, n) \in \text{ICP}$ gilt. Begründen Sie Ihre Antworten.

- b) Zeigen Sie, dass ICP \mathcal{NP} -vollständig ist.

TIMI12-2 SAT-Varianten in \mathcal{P} und \mathcal{NP}

(0 Punkte)

- a) Sei $\text{UNSAT} = \{F \mid F \text{ ist eine widersprüchliche Formel}\}$. Nehmen Sie an, dass UNSAT in \mathcal{NP} ist.

Wir betrachten folgende Reduktionsfunktion von SAT auf UNSAT: Teste alle möglichen Variablenbelegungen der Formel. Wenn eine erfüllende Variablenbelegung gefunden wurde, gib $x \wedge \neg x$ zurück, ansonsten x .

Ist diese Reduktionsfunktion geeignet, um zu zeigen, dass UNSAT \mathcal{NP} -vollständig ist? Begründen Sie Ihre Antwort.

- b) Sei $3\text{mal-3SAT} = \left\{ F \mid \begin{array}{l} F \text{ ist eine 3-CNF und hat mindestens} \\ 3 \text{ verschiedene erfüllende Belegungen} \end{array} \right\}$.

Zeigen Sie, dass 3mal-3SAT \mathcal{NP} -vollständig ist, wobei Sie für den Nachweis der \mathcal{NP} -Schwere eine Reduktion von 3-CNF-SAT auf 3mal-3SAT durchführen.

Hinweis: Was könnten Sie in der benötigten Reduktionsfunktion f hinzufügen, um aus einer erfüllenden Belegung drei erfüllende Belegungen zu erzeugen?

- c) Sei $\text{Pos-3-SAT} = \left\{ F \mid \begin{array}{l} F \text{ ist eine 3-CNF, in der ausschließlich} \\ \text{positive Literale vorkommen} \end{array} \right\}$.

- i) Liegt Pos-3-SAT in \mathcal{P} ?
- ii) Liegt Pos-3-SAT in \mathcal{NP} ?

Begründen Sie jeweils Ihre Antworten.