

## Übungen zur Vorlesung Komplexitätstheorie

### Blatt 2

**Aufgabe P-4:** Zeigen Sie dass das Problem 2-UNSAT vollständig für NL ist.

1. Zeigen Sie zuerst, dass 2-UNSAT NL-schwer ist, indem Sie das Erreichbarkeitsproblem darauf reduzieren.
2. Anschliessend zeigen Sie, dass 2-UNSAT in NL ist. *Hinweis:* definiere zu einer Formel  $F$  in 2-KNF einen geeigneten Graphen  $G$ , so dass sich die Unerfüllbarkeit von  $F$  durch die Existenz von Wegen in  $G$  ausdrücken lässt.

**Aufgabe P-5:** Diese Aufgabe soll den Unterschied zwischen NP und NL verdeutlichen.

1. Zeigen Sie, dass folgendes Problem in L ist:

*Gegeben:* Formel  $F = C_1 \wedge \dots \wedge C_m$  in KNF, Variablenbelegung  $\alpha$   
*Frage:* Ist  $F$  durch  $\alpha$  erfüllt, d.h., ist  $\alpha(F) = 1$  ?

2. Folgern Sie, dass ein Problem  $A$  in NP ist genau dann, wenn es eine Relation  $R(.,.) \in L$  und  $k \in \mathbb{N}$  gibt, mit

$$x \in A \text{ gdw. } \exists y : |y| \leq |x|^k \text{ und } R(y, x) \quad (*)$$

3. Vergleichen Sie dies mit Proposition 1 aus Kapitel 2 der Vorlesung. Begründen Sie, warum  $(*)$  keine Charakterisierung von NL ergibt.
4. Überlegen Sie, wie man eine zu Proposition 1 aus Kapitel 2 analoge Charakterisierung von NL erhalten kann.

### Aufgabe P-6:

Bezeichne  $\text{CFGEMPTY}$  das Leerheitsproblem für kontextfreie Grammatiken, also das folgende Problem:

*Gegeben:* Kontextfreie Grammatik  $G$

*Frage:* Gibt es ein Wort  $w$ , das aus  $G$  herleitbar ist, i.e.,  $L(G) \neq \emptyset$ ?

Zeigen Sie, dass  $\text{CFGEMPTY}$  vollständig für  $P$  ist.

### Hausaufgaben:

**Aufgabe H-3:** Zeigen Sie, dass das Problem der 2-Färbbarkeit von Graphen in  $NL$  ist.

**Aufgabe H-4:** Das Problem  $\text{LININEQ}$  ist definiert wie folgt:

Gegeben ist eine Menge  $E$  von linearen Ungleichungen in Variablen  $x_1, \dots, x_n$  mit ganzzahligen Koeffizienten. Die Frage ist, ob  $E$  eine rationale Lösung hat, also ob es rationale Zahlen  $a_1, \dots, a_n \in \mathbb{Q}$  gibt, so dass  $E$  erfüllt ist wenn für  $i = 1 \dots n$  der Wert  $a_i$  für  $x_i$  eingesetzt wird.

Es ist bekannt, dass das Problem  $\text{LININEQ}$  in  $P$  ist. Zeigen Sie, dass  $\text{LININEQ}$  schwer für  $P$  ist, indem Sie zeigen dass  $\text{HORN} \leq_{\log} \text{LININEQ}$  ist.

Abgabe der Hausaufgaben bis zum 07.12.2017 über UniWorx.