Institut für Informatik
der Universität München
Dr. J. Johannsen

WS 2013/2014

27. Oktober 2013

Übungen zur Vorlesung
Approximation-Algorithmen

Blatt 1

Aufgabe 1: Eine aussagenlogische Formel in KNF ist in 2-KNF, wenn jede Klausel aus genau zwei Literalen besteht. Das Entscheidungsproblem 2-SAT ist der Spezialfall von SAT, dessen Instanzen nur Formeln in 2-KNF sind.

1. Sei φ eine Formel in 2-KNF und sei C eine aus zwei Literalen bestehende Klausel. Geben Sie einen Algorithmus an, der in polynomieller Zeit entscheidet, ob C aussagenlogisch aus φ folgt.
2. Folgern Sie, dass 2-SAT in P liegt.

Aufgabe 2: Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph. Eine Färbung von G mit k Farben ist eine Funktion $c : V \to \{1, \ldots, k\}$ mit der Eigenschaft

$$\{x, y\} \in E \implies \chi(x) \neq \chi(y) \ \text{ für alle } x, y \in V\,.$$

Betrachten Sie das folgende Optimierungsproblem in NPO:

MINIMUM GRAPH COLORING

Instanz:	Ungerichteter Graph $G = (V, E)$
Lösung:	Färbung $c : V \to \{1, \ldots, k\}$ von G
Maß:	k

Den optimalen Wert $m^*(G)$ nennt man auch die *chromatische Zahl* $\chi(G)$ des Graphen G.

1. Die Frage, ob $\chi(G) \leq 2$ ist, ist in P. Geben Sie einen Algorithmus an, der dies zeigt.
2. Zeigen Sie, dass die Frage ob $\chi(G) \leq 3$ ist, NP-vollständig ist. Somit ist MINIMUM GRAPH COLORING NP-schwer.

Aufgabe 3: Betrachten Sie das folgende Optimierungsproblem in NPO:

MAXIMUM SATISFIABILITY

Instanz:	KNF-Formel $C_1 \wedge \ldots \wedge C_m$ in Variablen $x_1, \ldots, x_n$
Lösung:	Bewertung $\alpha : \{x_1, \ldots, x_n\} \to \{0, 1\}$
Maß:	Anzahl der erfüllten Klauseln $\#\{i; \alpha \models D_i\}$

1. Zeigen Sie, daß MAXIMUM SATISFIABILITY NP-schwer ist.
2. Zeigen Sie direkt, dass $P_C \leq_T P_E$ für $P =$ MAXIMUM SATISFIABILITY gilt.