

Automatentheorie

Blatt 2

Aufgabe 2-1. Geben Sie jeweils eine wMSO-Formel $\varphi(x, y)$ an, die folgenden Sachverhalt beschreibt:

- a) $x = y$, (ohne selbst das Symbol $=$ zu benutzen)
- b) y liegt k Positionen hinter x für ein festes k .

Geben Sie jeweils einen wMSO-Satz φ an, so dass die Sprache $L(\varphi)$ aus allen Wörtern mit den angegebenen Eigenschaften besteht.

- c) An jeder k -ten Position steht ein a (für festes k).
- d) Sei $\Sigma = \{a_0, \dots, a_{n-1}\}$. Auf den Buchstaben a_i folgt jeweils $a_{(i+1) \bmod n}$.
- e) Auf jedes a folgt irgendwann ein b und umgekehrt, solange das Wortende noch nicht erreicht ist. Dazwischen stehen nur c s.
- f) Das Wort ist eine Permutation von v für ein festes $v \in \Sigma^+$.

Welche dieser Eigenschaften sind bereits in Prädikatenlogik, d.h. ohne Benutzung von zweitstufigen Variablen, definierbar?

Aufgabe 2-2. Beschreiben Sie jeweils die Sprache, die von folgenden wMSO-Formeln definiert werden:

- a) $\forall x. P_a(x) \rightarrow \forall y. x < y \rightarrow P_b(x)$
- b) $\exists x. P_b(x) \wedge \forall y. y < x \rightarrow P_a(x)$
- c) $\forall x. \forall z. (z > x) \rightarrow P_a(x)$
- d) $\exists X. \exists Y. (\forall z. X(z) \vee Y(z)) \wedge \forall x. \forall y. X(x) \wedge Y(y) \rightarrow x < y \wedge P_a(x) \wedge P_b(y)$

Aufgabe 2-3. Sei wMSO[+1] die Variante von wMSO, in der es anstelle von $x < y$ nur $y = x + 1$ gibt. Zeigen Sie, dass $x < y$ in dieser Logik definierbar ist.