

Automatentheorie

Blatt 1

Aufgabe 1-1. Geben Sie jeweils ein Verfahren an, das für gegebene reguläre Sprachen L und L' über dem Alphabet Σ die folgenden Probleme entscheidet. Nehmen Sie jeweils an, dass L und L' durch nichtdeterministische endliche Automaten gegeben sind.

- Wortproblem (Gegeben $w \in \Sigma^*$, gilt $w \in L$?)
- Leerheitsproblem (Gilt $L = \emptyset$?)
- Universalitätsproblem (Gilt $L = \Sigma^*$?)
- Schnittproblem (Gilt $L \cap L' = \emptyset$?)
- Äquivalenzproblem (Gilt $L = L'$?)
- Inklusionsproblem (Gilt $L \subseteq L'$?)

Was können Sie über die Laufzeitkomplexität Ihrer Verfahren aussagen?

Aufgabe 1-2. Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Für eine Sprache $A \subseteq \Sigma^*$ ist die Sprache $\min(A)$ definiert durch

$$\min(A) := \{w \mid w \in A \text{ und } \forall u \in \Sigma^*. (\exists v \in \Sigma^*. w = uv) \implies u \in A\}.$$

Zum Beispiel gilt $\min(\{\varepsilon, a, aa, aaa, aba\}) = \{\varepsilon, a, aa, aaa\}$.

- Geben Sie eine informelle Beschreibung der Sprache $\min(A)$ an.
- Was ist $\min(A)$ für $A = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ enthält gerade viele } as\}$, $A = \{a^n b^m \mid n \leq m\}$, $A = \{a^n b^m \mid n \geq m\}$ und $A = \{a^n b^m \mid m = 0 \text{ oder } m = n\}$?
- Zeigen Sie: Wenn A regulär ist, dann ist auch $\min(A)$ regulär.

Hinweis: Eine Möglichkeit ist es, aus einem DFA für A einen NFA für $\min(A)$ zu konstruieren.

Aufgabe 1-3.

- Im Skript werden nichtdeterministische Automaten als Tupel $(Q, \Sigma, q_I, \delta, F)$ definiert, wobei $q_I \in Q$ ein Anfangszustand ist und $F \subseteq Q$ eine Menge von Endzuständen. In der Definition wären auch folgende Alternativen denkbar:
 - Eine Menge $I \subseteq Q$ von Anfangszuständen anstelle des einzelnen Anfangszustands q_I .
 - Ein einziger Endzustand $q_F \in Q$ anstelle der Menge $F \subseteq Q$ von Endzuständen.

Zeigen Sie, dass die alternative Definition aus i) genau die Klasse der regulären Sprachen erfasst. Zeigen Sie, dass sich jede reguläre Sprache L mit $\varepsilon \notin L$ durch einen Automaten der in ii) beschriebenen Form erfassen lässt.

- Geben Sie eine reguläre Sprache über dem Alphabet $\{a, b\}$ an, die von keinem deterministischen endlichen Automaten mit nur einem einzigen Endzustand akzeptiert wird.