

Übungen zur Vorlesung Approximationsverfahren für Optimierungsprobleme

Blatt 4

Aufgabe 13: Konstruieren Sie ein Approximationsschema für das Problem `MINIMUM SCHEDULING ON IDENTICAL MACHINES` im Fall, wo die Zahl p der Prozessoren fest (also nicht Bestandteil der Eingabe) ist. Verwenden Sie dazu Dynamic Programming mit der *fixed partitioning* Technik.

Aufgabe 14: Sei $P \in \text{NPO}$ ein Minimierungsproblem, und k eine Konstante so dass das Problem, zu entscheiden ob für $x \in I_P$ $m^*(x) \leq k$ ist, NP-hart ist.

Zeigen Sie, dass P nicht r -approximierbar ist, für $r < \frac{k+1}{k}$, falls $P \neq \text{NP}$.

Aufgabe 15: Ein Optimierungsproblem $P \in \text{NPO}$ heisst *einfach*, falls für jede Konstante $k \in \mathbb{N}$ das Problem, zu entscheiden ob für $x \in I_P$ der Wert $m^*(x)$ besser als k ist, in P ist.

1. Zeigen Sie, dass `MAXIMUM CLIQUE` einfach ist, `MINIMUM GRAPH COLORING` jedoch nicht, falls $P \neq \text{NP}$.
2. Zeigen Sie, dass jedes Problem in PTAS einfach ist.

Aufgabe 16: Ein Optimierungsproblem $P \in \text{NPO}$ heisst *beschränkt*, falls es eine Konstante b und einen Algorithmus A gibt mit:

- Eingabe: $x \in I_P$ und $c \in \mathbb{N}$, Ausgabe: $A(x, c) \in S_P(x)$
- Maß $m(x, A(x, c)) \leq m^*(x) + bc$
- Laufzeit $O(|x|^d)$, wobei d nur von $m(x, A(x, c))/c$ abhängt.

Zeigen Sie:

1. `MAXIMUM KNAPSACK` ist beschränkt.
2. Ein Optimierungsproblem $P \in \text{NPO}$ ist in PTAS genau dann, wenn es einfach und beschränkt ist.