Institut für Informatik
der Universität München
Dr. J. Johannsen

WS 2011/2012

27. Oktober 2011

Übungen zur Vorlesung
Approximationsverfahren für Optimierungsprobleme

Blatt 1

Aufgabe 1: Eine aussagenlogische Formel in KNF ist in 2-KNF, wenn jede Klausel aus genau zwei Literalen besteht. Das Entscheidungsproblem 2-SAT ist der Spezialfall von SAT, dessen Instanzen nur Formeln in 2-KNF sind.

1. Sei φ eine Formel in 2-KNF und sei C eine aus zwei Literalen bestehende Klausel. Geben Sie einen Algorithmus an, der in polynomieller Zeit entscheidet, ob C aussagenlogisch aus φ folgt.
2. Folgern Sie, dass 2-SAT in P liegt.

Aufgabe 2: Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph. Eine Färbung von G mit k Farben ist eine Funktion $\chi : V \to \{1, \ldots, k\}$ mit der Eigenschaft

$$\{x, y\} \in E \implies \chi(x) \neq \chi(y) \text{ für alle } x, y \in V .$$

Das Entscheidungsproblem k-Color ist wie folgt definiert: Eine Instanz ist ein ungerichteter Graph G, gefragt ist, ob es eine Färbung von G mit k Farben gibt.

1. 2-Color ist in P. Geben Sie einen Algorithmus an, der dies zeigt.
2. Zeigen Sie, dass 3-Color NP-vollständig ist.

Aufgabe 3: Betrachten Sie das folgende Optimierungsproblem in NPO:

Maximum Satisfiability

Instanz:	KNF-Formel $C_1 \wedge \ldots \wedge C_m$ in Variablen $x_1, \ldots, x_n$
Lösung:	Bewertung $\alpha : \{x_1, \ldots, x_n\} \to \{0, 1\}$
Maß:	Anzahl der erfüllten Klauseln $\#\{i; \alpha \models D_i\}$

1. Zeigen Sie, daß Maximum Satisfiability NP-schwer ist.

2. Zeigen Sie direkt, dass $\mathsf{P}_\mathsf{C} \leq_\mathsf{T} \mathsf{P}_\mathsf{E}$ für $\mathsf{P} =$ MAXIMUM SATISFIABILITY gilt.

Aufgabe 4: Ein Problem P heißt NP-*leicht*, falls es ein Entscheidungsproblem Q in NP gibt mit $\mathsf{P} \leq_\mathsf{T} \mathsf{Q}$.

Zeigen Sie, dass das Optimierungsproblem MINIMUM TRAVELING SALESPERSON NP-leicht ist.