Institut für Informatik
der Universität München
Dr. J. Johannsen

WS 2010/11
20. Januar 2011

Übungen zur Vorlesung
Komplexitätstheorie

Blatt 6

Aufgabe P-15: In der Vorlesung wurde erwähnt, dass der Beweis der unteren Schranke für parity sich verallgemeinern lässt, um zu zeigen, dass die Funktion parity nicht durch Schaltkreise konstanter Tiefe und polynomieller Größe mit Gattern für die Funktionen $\wedge$, $\vee$, $\neg$ und mod_p für eine Primzahl $p \neq 2$ berechnet werden kann.

Begründen Sie, warum das Argument sich nicht für Schaltkreise mit Gattern für Funktionen mod_m für m zusammengesetzt funktioniert.

Aufgabe P-16: In der Vorlesung wurde für die Funktion med gezeigt, dass $cc(\mathsf{med}) \leq O(\log^2 n)$ ist. Zeigen Sie, dass tatsächlich gilt:

$$cc(\mathsf{med}) \leq O(\log n)$$

Hausaufgaben:

Aufgabe H-14: Zeigen Sie direkt, d.h. ohne Resultate aus der Vorlesung zu verwenden, dass eine boole'sche Formel in DNF, die $\mathsf{parity}(x_1, \ldots, x_n)$ berechnet, exponentiell groß sein muss.

Hinweis: Zeigen Sie zuerst, dass jeder Term in einer solchen DNF-Formel alle n Variablen enthalten muss.

Aufgabe H-15: Für $x, y \subseteq \{1, \dots, n\}$ ist die Funktion disj definiert durch

$$\mathsf{disj}(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{falls } x \cap y = \emptyset \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Zeigen Sie, dass $cc(\mathsf{disj}) \geq n$ ist.

Aufgabe H-16: Für zwei n-bit Zahlen $x, y \in \{0, \dots, 2^n - 1\}$ ist die Funktion gt definiert durch

$$\mathsf{gt}(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{falls } x > y \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Zeigen Sie, dass $cc(\mathsf{gt}) = n + 1$ ist.

Abgabe der Hausaufgaben am 1. Februar 2011 in der Vorlesung.