

Übungen zur Vorlesung Komplexitätstheorie

Blatt 5

Aufgabe P-12: Zeigen Sie, dass das Auswerteproblem für boole'sche Schaltkreise P-vollständig ist, also das folgende Problem:

Gegeben: Boole'scher Schaltkreis C , Eingabe x
Frage: Akzeptiert C die Eingabe x , d.h. gibt C bei Eingabe x den Wert 1 aus?

Aufgabe P-13: Eine *Boole'sche Formel* ist ein boole'scher Schaltkreis mit fan-in 1, bei dem also der darunterliegende Graph ein Baum ist.

Zeigen Sie, dass das Auswerteproblem für boole'sche Formeln in L ist.

Aufgabe P-14: Für Schaltkreise mit beschränktem fan-in, in denen o.B.d.A. alle Gatter fan-in höchstens 2 haben, gilt die folgende Aussage:

Eine Funktion f ist genau dann durch einen Schaltkreis der Tiefe d berechenbar, wenn sie durch eine Formel der Größe 2^d berechenbar ist.

Hausaufgaben:

Aufgabe H-10: Eine Menge $S \subseteq \Sigma^*$ heißt *dünn*, falls es ein Polynom $p()$ gibt, so dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt $|S \cap \Sigma^n| \leq p(n)$. Es bezeichne \mathcal{D} die Klasse der dünnen Mengen.

Zeigen Sie, dass $\mathcal{D} \subseteq P/poly$ gilt.

Aufgabe H-11: Verschärfen Sie die Aussage von Aufgabe H-10, indem Sie zeigen, dass $P^{\mathcal{D}} = P/poly$ ist, also dass $A \in P/poly$ ist genau dann, wenn es eine dünne Menge S gibt mit $A \in P^S$.

Aufgabe H-12: Bipartitheit ist eine anti-monotone Eigenschaft von Graphen: Ist G bipartit, dann auch jeder Teilgraph. Sei nb die Funktion auf den Variablen $x_{i,j}$ für $1 \leq i, j \leq n$, die definiert ist durch:

$nb(\vec{x}) = 1$ genau dann, wenn der Graph \vec{x} nicht bipartit ist

nb ist also eine monotone boole'sche Funktion.

Zeigen Sie eine untere Schranke für monotone Schaltkreise, die nb berechnen.

Hinweis: Überlegen Sie zuerst, wie mögliche Testinputs aussehen könnten.

Zusatzaufgabe:

Aufgabe H-13: Es sei $\mathcal{U} \subseteq \mathcal{D}$ die Menge der *unären* Sprachen, also der Sprachen $L \subseteq \{1\}^*$.

Geben Sie eine Charakterisierung der Klasse $P^{\mathcal{U}}$, analog zu der in Aufgabe H-11.

Können Sie eine gemeinsame Verallgemeinerung Ihrer Charakterisierung und der aus Aufgabe H-11 finden?

Abgabe der Hausaufgaben am 18. Januar 2011 in der Vorlesung.