Institut für Informatik
der Universität München
Dr. J. Johannsen

WS 2010/11
9. Dezember 2010

Übungen zur Vorlesung
Komplexitätstheorie

Blatt 4

Aufgabe P-10: Zeigen Sie die folgende Aussage: Ist $\mathsf{PSPACE} = \mathsf{PH}$, dann ist kollabiert die Polynomielle Hierarchie, d.h., $\mathsf{PH} = \Sigma_k^p$ für ein $k \in \mathbb{N}$.

Aufgabe P-11: Die Klasse DP ist definiert als die Menge aller Sprachen L, derart dass es $L_1 \in \mathsf{NP}$ und $L_2 \in \text{co-}\mathsf{NP}$ gibt mit $L = L_1 \cap L_2$. Offenbar ist $\mathsf{DP} \subseteq \Delta_2^p$.

1. U-SAT ist die Menge aller Klauselmengen, die *genau eine* erfüllende Belegung haben. Zeigen Sie, dass U-SAT in DP ist.
2. Eine KNF-Formel $C_1 \wedge \ldots \wedge C_m$ wird hier als Menge $\{C_1, \ldots, C_m\}$ aufgefasst. MIN-SAT ist die Menge aller unerfüllbaren Klauselmengen F, derart dass jede echte Teilmenge von F erfüllbar ist. Zeigen Sie, dass MIN-SAT vollständig für DP ist.

Hausaufgaben:

Aufgabe H-8: Das Problem AREACH ist wie folgt definiert: Gegeben ein gerichteter Graph $G = (V, E)$ und Knoten $s, t \in V$, sowie eine Partition $V = V_\forall \uplus V_\exists$, gilt $\textsc{apath}(s, t)$? Dabei ist für Knoten $u, v \in V$ die Relation $\textsc{apath}(u, v)$ induktiv definiert durch:

- $u = v$, oder
- $u \in V_\exists$ und es gibt ein w mit $(u, w) \in E$ und $\textsc{apath}(w, v)$, oder
- $u \in V_\forall$ und für alle w mit $(u, w) \in E$ gilt $\textsc{apath}(w, v)$.

Zeigen Sie, dass AREACH vollständig für P ist. Da offensichtlich AREACH in AL ist, gibt dies einen weiteren Beweis für $\mathsf{P} \subseteq \mathsf{AL}$.

Aufgabe H-9: Das Problem EXACT CLIQUE ist definiert wie folgt:

Gegeben: Graph $G = (V, E)$, $k \in \mathbb{N}$
Frage: Hat die größte Clique in G genau k Elemente ?

Zeigen Sie, dass das Problem EXACT CLIQUE DP-vollständig ist.

Abgabe der Hausaufgaben am 21. Dezember 2010 in der Vorlesung.