

Übungen zur Vorlesung Komplexitätstheorie

Blatt 3

Aufgabe P-7: Zeigen Sie dass das Problem 2-SAT vollständig für NL ist.

1. Zeigen Sie zuerst, dass 2-SAT NL-schwer ist, indem Sie das Erreichbarkeitsproblem darauf reduzieren.
2. Anschliessend zeigen Sie, dass 2-SAT in NL ist. *Hinweis:* definiere zu einer Formel F in 2-KNF einen geeigneten Graphen G , so dass sich die Unerfüllbarkeit von F durch die Existenz von Wegen in G ausdrücken lässt.

Aufgabe P-8: Zeigen Sie, dass das Problem der 2-Färbbarkeit von Graphen in NL ist.

Aufgabe P-9: Diese Aufgabe soll den Unterschied zwischen NP und NL verdeutlichen.

1. Zeigen Sie, dass folgendes Problem in L ist:

Gegeben: Formel $F = C_1 \wedge \dots \wedge C_m$ in KNF, Variablenbelegung α

Frage: Ist F durch α erfüllt, d.h., ist $\alpha(F) = 1$?

2. Folgern Sie, dass ein Problem A in NP ist genau dann, wenn es eine Relation $R(.,.) \in L$ und $k \in \mathbb{N}$ gibt, mit

$$x \in A \text{ gdw. } \exists y : |y| \leq |x|^k \text{ und } R(y, x) \quad (*)$$

3. Vergleichen Sie dies mit Proposition 1 aus Kapitel 2 der Vorlesung. Begründen Sie, warum $(*)$ keine Charakterisierung von NL ergibt.
4. Überlegen Sie, wie man eine zu Proposition 1 aus Kapitel 2 analoge Charakterisierung von NL erhalten kann.

Hausaufgaben:

Aufgabe H-5: Zeigen Sie, dass das folgende Problem NL-vollständig ist:

Gegeben: Gerichteter Graph G , Knoten s .

Frage: Gibt es einen Kreis in G , der von s erreichbar ist?

Aufgabe H-6: Bezeichne NFAEMPTY das Leerheitsproblem für nichtdeterministische endliche Automaten, also das folgende Problem:

Gegeben: Nichtdeterministischer endlicher Automat A

Frage: Gibt es einen Wort w , das von A akzeptiert wird, i.e., $L(A) \neq \emptyset$?

Zeigen Sie, dass NFAEMPTY vollständig für NL ist.

Aufgabe H-7: Bezeichne CFGEMPTY das Leerheitsproblem für kontextfreie Grammatiken, also das folgende Problem:

Gegeben: Kontextfreie Grammatik G

Frage: Gibt es einen Wort w , das aus G herleitbar ist, i.e., $L(G) \neq \emptyset$?

Zeigen Sie, dass CFGEMPTY vollständig für P ist.

Hinweis: Zeigen Sie, dass $\text{CFGEMPTY} \leq_{\log} \text{HORN}$ und $\text{HORN} \leq_{\log} \text{CFGEMPTY}$ gilt.

Abgabe der Hausaufgaben am 07.12.2010 in der Übung.