

## Übungen zur Vorlesung Komplexitätstheorie

### Blatt 1

**Aufgabe P-1:** Konstruieren Sie eine deterministische 1-Band Turingmaschine, die folgendes leistet: Bei Eingabe eines Wortes  $w \in \Sigma^*$  steht am Ende der Berechnung  $\#w$  auf dem Band, also ein Symbol  $\# \notin \Sigma$  gefolgt von  $w$ .

**Aufgabe P-2:** Betrachten Sie eine NTM, deren Band in einer Konfiguration vollkommen leer ist, außer einer Bandzelle, in der sich das Symbol  $\#$  befindet. Der Kopf befindet sich über einer leeren Bandzelle, und der Zustand ist  $q$ .

1. Geben Sie Übergänge an, die es der Maschine erlauben, mit dem Kopf über dem Symbol  $\#$  in den Zustand  $p$  zu wechseln. Im Zustand  $q$  soll die Maschine also das Symbol  $\#$  auf dem Band suchen, und bei Erfolg in Zustand  $p$  wechseln.
2. Wie würde die gleiche Aufgabe mit einer DTM zu lösen sein? Vergleichen Sie den Zeitbedarf in beiden Fällen.

**Aufgabe P-3:** Beweisen Sie mittels *padding* die folgende Aussage:

Ist NP unter Komplementierung abgeschlossen, dann ist auch NE unter Komplementierung abgeschlossen.

## Hausaufgaben:

**Aufgabe H-1:** Konstruieren Sie eine deterministische 1-Band Turingmaschine  $T$ , derart dass bei Eingabe einer natürlichen Zahl  $n$  (binär codiert) am Ende der Berechnung  $n - 1$  auf dem Band steht.

Bestimmen Sie  $\text{TIME}_T(n)$  für  $n \in \mathbb{N}$ .

**Aufgabe H-2:** Es bezeichnen  $\text{LIN}$  und  $\text{Q}$  die Klassen der Entscheidungsprobleme, die von einer DTM in Zeit  $O(n)$  bzw. in Zeit  $O(n^2)$  gelöst werden können, und  $\text{NLIN}$  und  $\text{NQ}$  die entsprechenden nichtdeterministischen Klassen.

Beweisen Sie die folgenden Aussagen mittels *padding*:

- Ist  $\text{LIN} = \text{NLIN}$ , dann auch  $\text{Q} = \text{NQ}$ .
- Ist  $\text{NLIN}$  unter Komplementierung abgeschlossen, dann auch  $\text{NQ}$ .