

Übungen zur Vorlesung Temporallogik

Blatt 8

Aufgabe 25: Für $d \geq 2$ werde der temporale Operator U_d definiert mit der Semantik: $\mathcal{T}, \pi \models \varphi U_d \psi$ gdw.

$$\exists k \text{ mit } k \equiv 0 \pmod{d} \text{ und } \mathcal{T}, \pi^{(k)} \models \psi \text{ und } \forall j < k \text{ mit } j \equiv 0 \pmod{d} \text{ gilt } \mathcal{T}, \pi^{(j)} \models \varphi$$

und $F_d \varphi$ stehe kurz für $\text{tt } U_d \varphi$.

Es sei LTL_2 die Erweiterung von LTL um den Operator U_2 . Zeigen Sie, dass sich die Formel $F_3 q$ nicht in LTL_2 ausdrücken lässt.

Hinweis: Halten Sie sich an den in der Vorlesung gezeigten Beweis dafür, dass $F_2 q$ nicht in LTL ausdrückbar ist, verallgemeinern lässt. (Dieser wurde zwar für CTL vorgestellt, funktioniert aber genauso für LTL.)

Aufgabe 26: Zeigen Sie, dass für jede Formel φ in LTL^{si} die Menge $\llbracket \varphi \rrbracket$ stutter-invariant ist.

Aufgabe 27: Eine Menge Π von Läufen heißt 1-stutter-abgeschlossen, falls für alle $\pi = s_0, s_1, \dots$ und alle $\pi' = s_0, s_1, \dots, s_{i-1}, s_i, s_i, s_{i+1}, \dots$ gilt: $\pi \in \Pi$ gdw. $\pi' \in \Pi$.

Beweisen oder widerlegen Sie: Π ist stutter-invariant gdw. Π 1-stutter-abgeschlossen ist.

Aufgabe 28: In dieser Aufgabe wollen wir zeigen, dass das Model-Checking-Problem für LTL^{si} bereits PSPACE-hart ist. Dazu konstruieren wir wieder ein Reduktion vom n -Tiling-Problem. Seien T wieder eine endliche Menge (von Kacheln), $H, V \subseteq T^2$ und $n \in \mathbb{N}$ unär kodiert. Konstruieren Sie ein Transitionssystem \mathcal{T} mit einem ausgezeichneten Zustand s und eine LTL^{si} -Formel φ , so dass gilt: $\mathcal{T}, s \models \varphi$ gdw. sich die $([n] \times \mathbb{N})$ -Ebene mit T unter Beachtung von H und V kacheln lässt.

Hinweis 1: Bauen Sie \mathcal{T} so, dass es für jede beliebige Kachelung der $([n] \times \mathbb{N})$ -Ebene einen Pfad von s aus gibt, welche diese Kachelung repräsentiert.

Hinweis 2: Konstruieren Sie φ so, dass es genau die Menge aller gültigen Kachelungen beschreibt. Es bietet sich evtl. an, dies zuerst in LTL zu versuchen und dann die X-Operatoren darin zu eliminieren. Dies ist sehr leicht möglich, wenn alle Pfade in \mathcal{T} bereits stutter-frei sind, was Sie natürlich so einrichten können.