

Übungen zur Vorlesung Temporallogik

Blatt 2

Aufgabe 5: Geben Sie zwei Transitionssysteme an, die nicht bisimilar sind, jedoch durch keine HML-Formeln unterschieden werden können. *Hinweis:* In HML ist “unendlich lang” von “beliebig lang” schwer zu unterscheiden.

Aufgabe 6: Wir modellieren die Steuerung eines Aufzugs, der die Etagen $0, \dots, n - 1$ bedient, durch ein Transitionssystem. Es gibt Propositionen

- open , die besagt, ob die Tür gerade offen ist,
- at_i , $0 \leq i < n$, die besagen, in welcher Etage der Aufzug gerade ist,
- request_i , $0 \leq i < n$, die besagen, ob eine Anforderung aus der Etage i für den Aufzug vorliegt .

a) Formalisieren Sie die folgenden Aussagen in CTL.

- 1) Zu Beginn ist der Aufzug in Etage 0, die Tür ist geschlossen und keine Etage ist angefordert.
- 2) Ist die Tür offen, so ist sie im nächsten Schritt geschlossen und der Aufzug befindet sich dann noch auf derselben Etage.
- 3) Wird eine Etage angefordert, so kommt der Aufzug auch irgendwann zu dieser Etage, öffnet dort die Tür und ist dann nicht mehr angefordert. Bis zu diesem Zeitpunkt bleibt sie aber angefordert.
- 4) Zu jedem Zeitpunkt kann jede Etage angefordert werden.
- 5) Der Aufzug bewegt sich in jedem Schritt immer höchstens um eine Etage nach oben oder unten.

b) Geben Sie Transitionssysteme \mathcal{T}_n für $n > 0$ an, welche alle diese Spezifikationen erfüllen. *Hinweis:* Überlegen Sie sich dazu einen geeigneten Datentyp für die Zustände, so dass sich die Transitionsrelation leicht erklären lässt. Sie müssen nicht formal beweisen, dass die Spezifikationen erfüllt sind.

Aufgabe 7: Welche der folgenden CTL-Formeln sind jeweils allgemeingültig? Begründen Sie dies bzw. geben Sie ein Gegenmodell an.

- | | |
|------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| a) $\text{AX}\varphi \rightarrow \text{EX}\varphi$ | f) $\text{AG}(\varphi \vee \psi) \leftrightarrow (\text{AG}\varphi \vee \text{AG}\psi)$ |
| b) $\text{EXEF}\varphi \leftrightarrow \text{EFEX}\varphi$ | g) $\text{E}(\varphi \text{U}(\psi_1 \vee \psi_2)) \leftrightarrow (\text{E}(\varphi \text{U}\psi_1) \vee \text{E}(\varphi \text{U}\psi_2))$ |
| c) $\text{AXAF}\varphi \leftrightarrow \text{AFAX}\varphi$ | h) $\text{E}((\varphi_1 \wedge \varphi_2) \text{U}\psi) \leftrightarrow (\text{E}(\varphi_1 \text{U}\psi) \wedge \text{E}(\varphi_2 \text{U}\psi))$ |
| d) $\text{AGAG}\varphi \leftrightarrow \text{AG}\varphi$ | i) $\text{AG}(\varphi \rightarrow \text{EX}\varphi) \rightarrow (\varphi \rightarrow \text{EG}\varphi)$ |
| e) $\text{EGEG}\varphi \leftrightarrow \text{EG}\varphi$ | j) $\text{E}(\varphi \text{R}\psi) \leftrightarrow (\text{E}(\psi \text{U}(\varphi \wedge \psi)) \vee \text{EG}\psi)$ |

Aufgabe 8: Zeigen Sie, dass je zwei bisimilare Transitionssysteme nicht von einer CTL-Formel unterschieden werden können (Satz 3.2 der Vorlesung).