Institut für Informatik
der LMU München
PD Dr. M. Lange

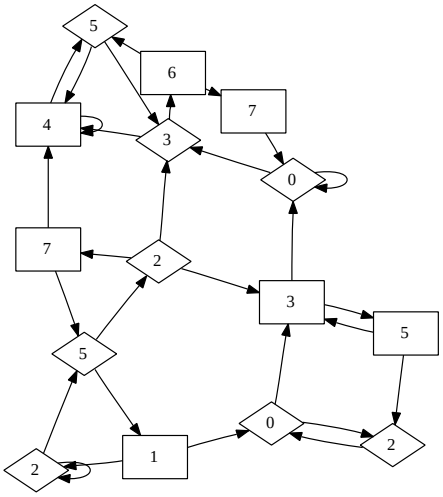
WS 2009/10

25.11.2009

Übungen zur Vorlesung
Temporallogik

Blatt 4

Aufgabe 12: Lösen Sie das nebenstehende Paritätsspiel, d.h. geben Sie für jeden Knoten an, ob Spieler 0 oder Spieler 1 das Spiel von diesem Knoten aus gewinnt. Geben Sie auch jeweils eine Gewinnstrategie an. Es ist jedoch möglich, lediglich zwei Gewinnstrategien anzugeben, nämlich jeweils eine pro Spieler.
Hinweis: Finden Sie Teilgraphen, auf denen Sie leicht die Gewinner und Gewinnstrategien ermitteln können, und schauen Sie, wie die Spieler jeweils eine Partie in diese Teilgraphen lenken können.



Aufgabe 13: Geben Sie einen Algorithmus an, der – möglichst in linearer Zeit – ein schwaches Paritätsspiel löst. Zur Erinnerung: Ein Paritätsspiel ist schwach, wenn alle Knoten jeder SCC dieselbe Priorität haben. Sie können zur Vereinfachung davon ausgehen, dass diese entweder immer nur 0 oder 1 sind. Sie können ebenfalls davon ausgehen, dass sich eine SCC-Zerlegung eines Graphen in linearer Zeit berechnen lässt.
Hinweis: Lassen Sie Ihren Algorithmus zuerst die terminalen SCCs lösen und dann für die Knoten in den darüberliegenden SCCs berechnen, ob einer der beiden Spieler eine Partie in den bereits gelösten Teil lenken kann.

Aufgabe 14: Zur Erinnerung: $\models \varphi$ bedeutet, dass die Formel φ allgemeingültig ist.

a) Zeigen Sie, dass für alle CTL-Formeln φ und ψ gilt: Wenn $\models \psi \to \varphi$ und $\models \mathtt{EX}\psi \to \psi$, dann auch $\models \mathtt{EF}\psi \to \varphi$.

b) Finden Sie eine entsprechende Regel, mit der sich die Allgemeingültigkeit von Aussagen der Form $\psi \to \mathtt{AG}\varphi$ zeigen lässt, ohne dass in den Prämissen selbst wieder $\mathtt{AG}\varphi$ vorkommt.

Aufgabe 15:

a) Finden Sie erfüllbare CTL-Formeln φ_n, $n \geq 1$, so dass $|\varphi_n| = \mathcal{O}(n^2)$, aber ein Erfüllbarkeitstableau für φ_n mindestens $\Omega(2^n)$ viele verschiedene Knoten hat.

b) Lösen Sie Teil (a) so, dass die Erfüllbarkeitstableaux sogar einen Pfad haben, auf dem $\Omega(2^n)$ viele verschiedene Knoten vorkommen. *Hinweis:* Nehmen Sie n Propositionen, die als Bits eines Zählers aufgefasst werden. Drücken Sie dann aus, dass der Zähler zu Anfang den Wert 0 hat und auf allen Pfaden schrittweise immer um 1 erhöht wird. Schaffen Sie es auch, die φ_n so zu konstruieren, dass sie Größe $\mathcal{O}(n)$ haben?