

Prof. Dr. Jasmin Blanchette  
Elisabeth Lempa  
Luca Maio

Ludwig-Maximilians-Universität München  
Institut für Informatik  
Besprechung 26.06.2025 bis 30.06.2025  
Abgabe bis 07.07.2025, 10:00 Uhr

Lösungsvorschlag zur Klausurvorbereitungsaufgabe zur Übung 8 zur  
Vorlesung

Theoretische Informatik für Studierende der Medieninformatik

### Klausurvorbereitung TIMI-8-K

Die kontextfreien Sprachen sind unter kleeneschem Abschluss, Produkt und Vereinigung mit kontextfreien Sprachen, sowie unter Schnitt mit regulären Sprachen abgeschlossen.

Zeigen Sie mithilfe dieser Abschlusseigenschaften, dass die Sprache

$$L_1 = \{w \mid \#_a(w) = \#_b(w) = \#_c(w) + 1\}$$

über dem Alphabet  $\Sigma = \{a, b, c\}$  nicht kontextfrei ist. Sie dürfen annehmen, dass die Sprache  $L_2 = \{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}_{>0}\}$  nicht kontextfrei ist.

#### LÖSUNGSVORSCHLAG:

Widerspruchsbeweis: Nimm an, dass  $L_1$  kontextfrei ist. Wir definieren die Sprache

$$L'_1 = L(a^* b^* c^*) \cap L_1 = \{a^n b^n c^{n-1} \mid n \in \mathbb{N}_{>0}\}$$

$L'_1$  ist kontextfrei, denn  $L(a^* b^* c^*)$  ist eine reguläre Sprache, da sie von einem regulären Ausdruck erzeugt wird, und die kontextfreien Sprachen sind unter Schnitt mit regulären Sprachen abgeschlossen.

Nun definieren wir

$$L''_1 = L'_1 \cdot \{c\} = \{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}_{>0}\}$$

$L''_1$  ist kontextfrei, denn  $\{c\}$  ist regulär und damit kontextfrei und die kontextfreien Sprachen sind unter Produkt abgeschlossen.

Allerdings wissen wir, dass  $L''_1 = L_2$  nicht kontextfrei ist. Die Annahme, dass  $L_1$  kontextfrei sei, führt somit zu einem Widerspruch.