

Prof. Dr. Jasmin Blanchette  
Elisabeth Lempa  
Luca Maio

Ludwig-Maximilians-Universität München  
Institut für Informatik  
Besprechung 30.05.2025 bis 02.06.2025  
Abgabe bis 09.06.2025, 10:00 Uhr

Lösungsvorschlag zur Klausurvorbereitungsaufgabe zur Übung 5 zur

Vorlesung

Theoretische Informatik für Studierende der Medieninformatik

### Klausurvorbereitung TIMI-5-K

- a) Zeigen Sie mit Hilfe des Pumpinglemmas für reguläre Sprachen, dass die Sprache  $L_1 := \{w \mid \#_a(w) < \#_b(w) + \#_c(w)\}$  (die Sprache der Wörter, die in Summe mehr b's und c's als a's enthalten,) nicht regulär ist.

#### LÖSUNGSVORSCHLAG:

Wir nehmen an,  $L_1$  ist regulär. D.h. die Pumping-Eigenschaft gilt für  $L_1$ .

Sei  $n \in \mathbb{N}_{>0}$  die "Pumpingzahl" von  $L_1$ .

Wir wählen das Wort  $z = a^n b^n c^n \in L_1$  mit  $|z| \geq n$ .

Betrachte nun Zerlegungen  $z = uvw$  mit  $|uv| \leq n$ ,  $|v| > 0$  und  $uv^i w \in L_1$  für jedes  $i \in \mathbb{N}$ .

Wir zeigen, dass es stets ein  $i \in \mathbb{N}$  gibt, sodass  $uv^i w \notin L_1$  ist. Aus den ersten zwei Eigenschaften der Zerlegungen folgt, dass jede Zerlegung die Form  $u = a^j, v = a^k, w = a^l b^n c^n$  hat mit  $j + k + l = n$ ,  $j + k \leq n$  und  $k > 0$ . Dies bedeutet,  $v$  enthält immer mindestens ein  $a$ . Wählen wir nun  $i = 2n = \#_b(z) + \#_c(z)$ . Dann gilt  $\#_a(uv^i w) = j + 2nk + l \geq 2n = \#_b(z) + \#_c(z)$ , da  $k > 0$  und somit  $uv^i w \notin L_1$ . Dies verletzt aber die Annahme, dass  $uv^i w \in L_1$  für jedes  $i$ . Widerspruch.