Prof. Dr. Jasmin Blanchette
Elisabeth Lempa
Luca Maio

Ludwig-Maximilians-Universität München
Institut für Informatik
Besprechung 05.06.2025 bis 16.06.2025
Abgabe bis 23.06.2025, 10:00 Uhr

Lösungsvorschlag zur Übung 6 zur Vorlesung
Theoretische Informatik für Studierende der Medieninformatik

Wenn Sie Automaten angeben, tun Sie dies immer in Form eines Zustandsgraphen. Andere Formen der Darstellung (z.B. als Liste von Übergängen) werden nicht gewertet, da sie sehr viel aufwändiger zu korrigieren sind. Vergessen Sie nicht, im Zustandsgraph Start- und Endzustände zu markieren.

TIMI6-1 ***Kontextfreie Grammatiken und Kellerautomaten*** (2 Punkte)

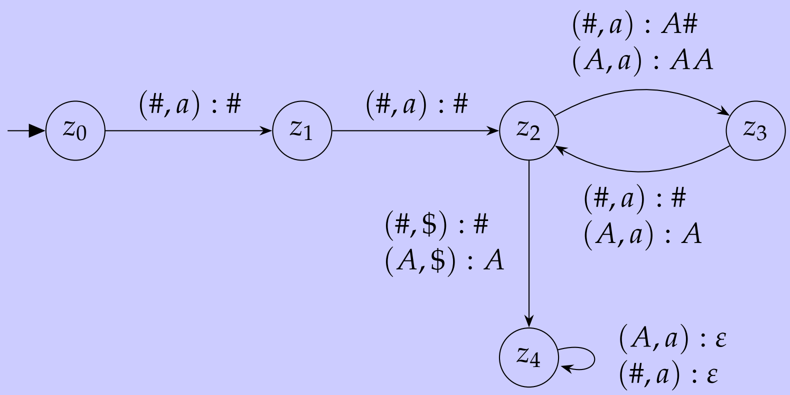
Sei $L = \{a^{2n}\$a^n \mid n \in \mathbb{N}_{>0}\}$ eine Sprache über dem Alphabet $\Sigma = \{a, \$\}$.

a) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik an, die L erkennt.

LÖSUNGSVORSCHLAG:
$(\{S\}, \Sigma, \{S \to aaSa,\ S \to aa\$a\}, S)$

b) Geben Sie einen Kellerautomaten an, der L akzeptiert (mit leerem Keller oder mit Endzuständen). Erklären Sie kurz, warum Ihr Automat genau L akzeptiert.

LÖSUNGSVORSCHLAG:
Der folgende Kellerautomat akzeptiert L mit leerem Keller.



Von z_0 bis z_2 lesen wir 2 a's, wobei der Keller unverändert nur # enthält. Die Schleife zwischen z_2 und z_3 liest $2m$ weitere a's ein (für ein $m \in \mathbb{N}$) und legt m A's auf den Keller. Insgesamt haben wir bisher also $2m + 2$ $a's$ gelesen. Von z_3 nach z_4 lesen wir ein \$ und lassen den Keller unverändert.

Zu diesem Zeitpunkt hat der Keller also die Form $A^m\#$. Die Schleife bei z_4 liest für jedes Symbol auf dem Keller ein a ein. Wenn sich dadurch der Keller leert und wir am Ende der Eingabe sind, haben wir weitere $m+1$ a's gelesen, also insgesamt das Wort $a^{2(m+1)}\$a^{m+1}$.

TIMI6-2 ***CYK-Algorithmus*** (0 Punkte)

Sei G die Grammatik $(\{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5\}, \{\$, \#\}, P, A_1)$ mit

$$\begin{aligned} P = \{&A_1 \to A_3A_4 \mid A_3A_2, \\ &A_2 \to A_2A_3 \mid A_4A_4, \\ &A_3 \to \$, \\ &A_4 \to \# \mid A_3A_4, \\ &A_5 \to A_4A_4 \mid \#\} \end{aligned}$$

a) Prüfen Sie mit dem CYK-Algorithmus, ob $w_1 = \$\#\$\#\#$ in $L(G)$ ist. Erstellen Sie dazu die entsprechende Tabelle des Algorithmus und erklären Sie anhand der Tabelle, ob das Wort in $L(G)$ ist.

LÖSUNGSVORSCHLAG:

Wort:	\$	#	\$	#	#
j\ i	1	2	3	4	5
1	A_3	A_4,A_5	A_3	A_4,A_5	A_4,A_5
2	A_1, A_4		A_1, A_4	A_2, A_5	
3		A_2, A_5	A_1, A_2, A_5		
4	A_1, A_2, A_5				
5					

Da das Startsymbol A_1 nicht in Zeile 5, Spalte 1 enthalten ist, ist $\$\#\$\#\# \notin L(G)$.

b) Geben Sie alle weiteren Wörter w an, für die sich aus der Tabelle ergibt, dass $w \in L(G)$ ist.

LÖSUNGSVORSCHLAG:
Alle Zellen, die das Startsymbol A_1 enthalten, stehen für ein Teilwort, das in $L(G)$ liegt. Aus der Tabelle kann man somit \$#, \$## und \$#\$# ablesen.