

Übung 9 zur Vorlesung Theoretische Informatik für Studierende der Medieninformatik

Hinweis:

Die letzte Aufgabe auf diesem Blatt ist eine Aufgabe zur Klausurvorbereitung. Diese Aufgabe orientiert sich in Form und inhaltlichen Schwerpunkten an den Klausuraufgaben. Dies bedeutet jedoch nicht, dass die anderen Aufgaben nicht klausurrelevant sind.

Die Lösungen der Klausurvorbereitungs-Aufgaben werden am Ende der Bearbeitungszeit gesondert veröffentlicht, aber **nicht** im Tutorium besprochen. Die Lösungen der anderen Aufgaben werden bereits zu Beginn der Bearbeitungszeit veröffentlicht und können Ihnen bei der Bearbeitung helfen.

Wenn Sie Ihre Lösung innerhalb der Bearbeitungszeit über Moodle abgeben, erhalten Sie eine individuelle Korrektur. Die Abgabe ist freiwillig (aber nachdrücklich empfohlen).

TIMI9-1 Halteprobleme

- a) Betrachten Sie die Sprache

$$L_1 = \{w_m \in \{0,1\}^* \mid \text{TM } M \text{ hält für Eingabe } 01\}$$

wobei w_M das Encoding für M ist.

Welche der folgenden Aussagen ist korrekt? Beweisen Sie Ihre Antwort.

- L_1 ist entscheidbar.
- L_1 ist semi-entscheidbar, aber nicht entscheidbar.
- L_1 ist weder entscheidbar noch semi-entscheidbar.

Um zu zeigen, dass L_1 entscheidbar (bzw. semi-entscheidbar) ist, beschreiben Sie kurz die Funktionsweise einer deterministischen Turingmaschine, die L_1 (semi-)entscheidet. Um zu zeigen, dass L_1 nicht (semi-)entscheidbar ist, reduzieren Sie ein geeignetes Problem auf L_1 .

- b) Zeigen Sie, dass das folgende Problem für jede deterministische Turingmaschine M und natürliche Zahl n entscheidbar ist.

„ M hält auf jeder Eingabe nach höchstens n Schritten.“

TIMI9-2 Entscheidbarkeit

Prüfen Sie, ob die folgenden Behauptungen wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antworten wie folgt: Wenn eine Sprache L (semi-)entscheidbar ist, beschreiben Sie die Funktionsweise einer deterministischen Turingmaschine, die die charakteristische Funktion χ_L bzw. χ'_L berechnet. Wenn L nicht (semi-)entscheidbar ist, leiten Sie einen Widerspruch ab.

- a) Wenn A und B entscheidbare Sprachen sind, dann ist $A \cap B$ entscheidbar.
- b) Wenn A und $A \cup B$ entscheidbar sind, dann ist B entscheidbar.
- c) Das Problem, ob $L(M) \neq \emptyset$ für eine gegebene Turingmaschine M gilt, ist semi-entscheidbar.
- d) Das Problem, ob $L(M) = \emptyset$ für eine gegebene Turingmaschine M gilt, ist semi-entscheidbar.

Klausurvorbereitung TIMI-9-K

- a) Das Problem, ob $L(M) = \emptyset$ für eine gegebene Turingmaschine M gilt, ist unentscheidbar. Zeigen Sie die Unentscheidbarkeit durch eine Reduktion auf H_0 .