

Prof. Dr. Jasmin Blanchette
Elisabeth Lempa
Luca Maio

Ludwig-Maximilians-Universität München
Institut für Informatik
Besprechung 05.06.2025 bis 16.06.2025
Abgabe bis 23.06.2025, 10:00 Uhr

Lösungsvorschlag zur Klausurvorbereitungsaufgabe zur Übung 6 zur
Vorlesung
Formale Sprachen und Komplexität

Wenn Sie Automaten angeben, tun Sie dies immer in Form eines Zustandsgraphen. Andere Formen der Darstellung (z.B. als Liste von Übergängen) werden nicht gewertet, da sie sehr viel aufwändiger zu korrigieren sind. Vergessen Sie nicht, im Zustandsgraph Start- und Endzustände zu markieren.

Klausurvorbereitung FSK-6-K

a) Sei $H = (V, \Sigma, P, S)$ mit

- $V = \{S, W, U, V\}$
- $\Sigma = \{a, b\}$
- $P = \{S \rightarrow WW,$
 $W \rightarrow AU \mid BV \mid a \mid b,$
 $A \rightarrow a,$
 $B \rightarrow b,$
 $U \rightarrow WA,$
 $V \rightarrow WB\}$

Hinweis: In einer früheren Version dieses Blattes war die angegebene Grammatik nicht in Chomsky-Normalform. Falls Sie bereits mit der Lösung der Aufgabe begonnen haben, und die Grammatik selbst in die CNF überführt haben, können Sie diesen Teil Ihrer Lösung gerne mitabgeben, um Feedback darauf zu erhalten.

Wenden Sie den CYK-Algorithmus an, um für das Wort *aabbaba* zu entscheiden, ob es in $L(H)$ liegt.

LÖSUNGSVORSCHLAG:
Tabelle für CYK auf *aabbaba*:

<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a</i>
<i>W, A</i>	<i>W, A</i>	<i>W, B</i>	<i>W, B</i>	<i>W, A</i>	<i>W, B</i>	<i>W, A</i>
<i>S, U</i>	<i>S, V</i>	<i>S, V</i>	<i>S, U</i>	<i>S, V</i>	<i>S, U</i>	
			<i>W</i>	<i>W</i>		
		<i>S</i>	<i>S, U</i>			

Damit liegt *aabbaba* nicht in $L(H)$ (unterstes Kästchen enthält nicht das Symbol *S*).

Zusatzlösung für ursprüngliche Angabe. Ursprünglich war die folgende Grammatik gegeben:

$H = (V, \Sigma, P, S)$ mit

- $V = \{S, W, U, V\}$
- $\Sigma = \{a, b\}$
- $P = \{S \rightarrow WW, W \rightarrow aWa \mid bWb \mid a \mid b\}$

Umformung in CNF: Es gibt keine ϵ -Produktionen oder Einheitsproduktionen zu entfernen. Ersetzen von Terminalen auf rechten Seiten die nicht alleine stehen führt zu

$$P = \{S \rightarrow WW, W \rightarrow AWA \mid BWB \mid a \mid b, A \rightarrow a, B \rightarrow b\}.$$

Die Zerlegung von rechten Seiten mit Länge ≥ 3 führt zu

$$P = \{S \rightarrow WW, W \rightarrow AU \mid BV \mid a \mid b, A \rightarrow a, B \rightarrow b, U \rightarrow WA, V \rightarrow WB\},$$

dies entspricht der Grammatik aus der angepassten Angabe.

- b) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik an, die die Sprache $L = \{a^i w d^i \mid w \in \{b, c\}^+, i \in \mathbb{N}\}$ erzeugt. Verwenden Sie in Ihrer Grammatik keine ϵ -Produktionen. Erläutern Sie, warum $L(G) = L$ gilt, indem Sie die „Aufgabe“ der einzelnen Variablen und Produktionen erläutern.

LÖSUNGSVORSCHLAG:

$$G = (\{S\}, \Sigma, \{S \rightarrow aSd, S \rightarrow B, B \rightarrow Bb \mid Bc \mid b \mid c\}, S)$$

Mit der Produktion $S \rightarrow aSd$ generieren wir die Satzformen $aSd, aaSdd, \text{etc.}$ bis zu beliebiger Länge. Die Produktionen $S \rightarrow B$ und $B \rightarrow Bb \mid Bc \mid b \mid c$

erlauben uns dann, beliebige Wörter aus $\{b, c\}^+$ aus dem Mittelteil dieser Satzformen abzuleiten.