

Übung 2 zur Vorlesung Formale Sprachen und Komplexität

Hinweis:

Die letzte Aufgabe auf diesem Blatt ist eine Aufgabe zur Klausurvorbereitung. Diese Aufgabe orientiert sich in Form und inhaltlichen Schwerpunkten an den Klausuraufgaben. Dies bedeutet jedoch nicht, dass die anderen Aufgaben nicht klausurrelevant sind.

Die Lösungen der Klausurvorbereitungs-Aufgaben werden am Ende der Bearbeitungszeit gesondert veröffentlicht, aber **nicht** im Tutorium besprochen. Die Lösungen der anderen Aufgaben werden bereits zu Beginn der Bearbeitungszeit veröffentlicht und können Ihnen bei der Bearbeitung helfen.

Wenn Sie Ihre Lösung innerhalb der Bearbeitungszeit über Moodle abgeben, erhalten Sie eine individuelle Korrektur. Die Abgabe ist freiwillig (aber nachdrücklich empfohlen).

Wenn Sie Automaten angeben, tun Sie dies immer in Form eines Zustandsgraphen. Andere Formen der Darstellung (z.B. als Liste von Übergängen) werden nicht gewertet, da sie sehr viel aufwändiger zu korrigieren sind. Vergessen Sie nicht, im Zustandsgraphen Start- und Endzustände zu markieren.

FSK2-1 *Grammatiken und Elimination von ε -Produktionen*

a) Geben Sie kontextfreie Grammatiken (ggf. mit ε -Produktionen) an, die folgende Sprachen über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ erkennen:

i) $L_1 = \{caw \mid c \in \Sigma, w \in \Sigma^*\}$

ii) $L_2 = \{aawbb \mid w \in \Sigma^*\}$

b) Betrachten Sie die Grammatik $G = (\{A, B, C\}, \{a, b\}, P, A)$ mit Produktionen

$$P = \{A \rightarrow aBbC, A \rightarrow AaA, B \rightarrow \varepsilon, B \rightarrow CC, C \rightarrow BB\}$$

Geben Sie eine zu G äquivalente Grammatik G' ohne ε -Produktionen an. Verwenden Sie den Algorithmus zur Elimination von ε -Produktionen aus der Vorlesung und geben Sie die Zwischenschritte Ihrer Berechnung an. (Das ermöglicht uns, Ihnen bei kleinen Fehlern noch Teilpunkte zu geben.)

FSK2-2 DFAs und Minimierung

(2 Punkte)

a) Geben Sie DFAs an, die folgende Sprachen über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ erkennen:

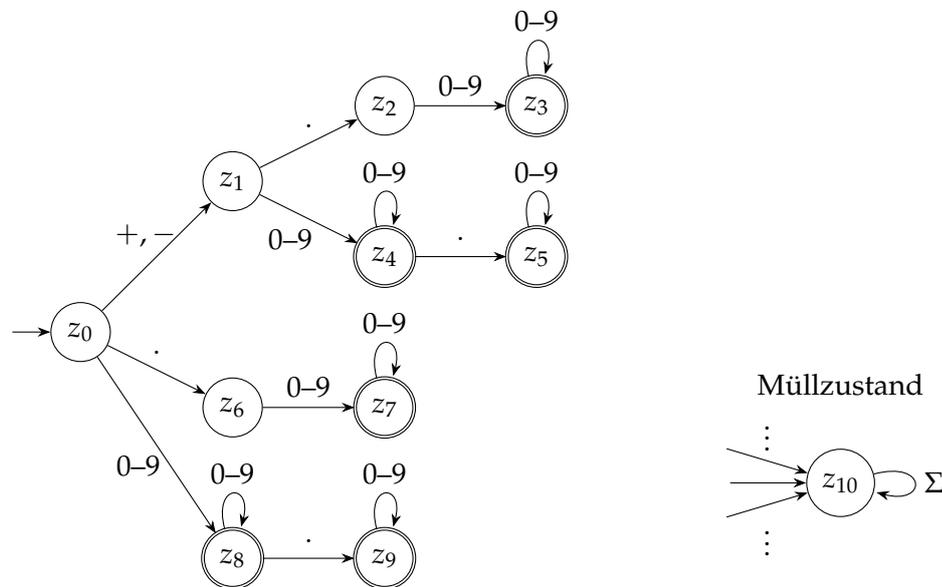
i) $L_1 = \{caw \mid c \in \Sigma, w \in \Sigma^*\}$

ii) $L_2 = \{aawbb \mid w \in \Sigma^*\}$

(Das sind die gleichen Sprachen wie in Aufgabe FSK2-1.)

b) Minimieren Sie die folgenden DFAs. Verwenden Sie die tabellarische Variante des Algorithmus zur Minimierung von DFAs aus der Vorlesung (nicht die graphische Variante und nicht den Algorithmus von letztem Jahr). Geben Sie die Partitionstabelle und den minimalen DFA an.

i) DFA A_2 über dem Alphabet $\Sigma = \{+, -, \cdot, 0, \dots, 9\}$ (bekannt aus der Vorlesung):



FSK2-3 Kleine Automaten

a) Sei A_1 ein DFA mit Alphabet Σ und genau einem Zustand. Zeigen oder widerlegen Sie: Es ist entweder $L(A_1) = \Sigma^*$ oder $L(A_1) = \emptyset$.

b) Zeigen Sie: Für jeden DFA A mit Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ und genau vier Zuständen gilt: Wenn für jede natürliche Zahl $n \geq 1$ das Wort $a^{n^2} \in L(A)$ ist, dann ist auch $a^{12} \in L(A)$.

FSK2-4 Grammatik-Konkatenation

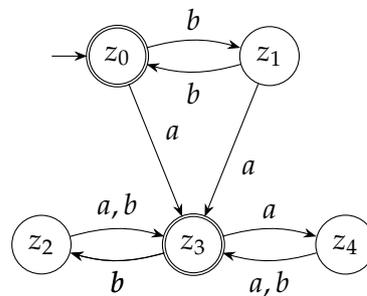
Seien G_1 und G_2 Typ i -Grammatiken (für $i \in \{0, \dots, 3\}$), sodass $\varepsilon \notin L(G_1)$ und $\varepsilon \notin L(G_2)$.

Zeigen oder widerlegen Sie für alle i : Es gibt eine Grammatik H vom Typ i , sodass $L(H) = L(G_1)L(G_2)$. (Die Sprache von H ist also die Konkatenation der Sprachen von G_1 und G_2 .)

Klausurvorbereitung FSK-2-K

- a) Minimieren Sie den DFA A mit dem Verfahren aus der Vorlesung. Geben Sie die Minimierungstabelle und den Minimalautomaten an.

A :



- b) Sei A_2 ein DFA mit Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ und genau zwei Zuständen. Angenommen es gibt ein Wort $z \notin L(A_2)$ und für alle $i \in \mathbb{N}$ ist $a^i \in L(A_2)$. Zeigen oder widerlegen Sie: Für jeden solchen Automaten A_2 ist $bb \notin L(A_2)$.