

Übung 10 zur Vorlesung Theoretische Informatik für Studierende der Medieninformatik

TIMI10-1 Satz von Rice (2 Punkte)

Sei $M = (Z, \{a, b\}, \Gamma, \delta, z_0, \square, E)$ eine deterministische Turingmaschine. Welche der folgenden Fragestellungen zu M sind entscheidbar?

Zeigen Sie die Unentscheidbarkeit unentscheidbarer Fragestellungen mittels des Satzes von Rice. Bei entscheidbaren Fragestellungen erläutern Sie, wie die charakteristische Funktion berechnet wird.

- Die Funktion die von M berechnet wird hat mindestens 3 Fixpunkte. Ein Fixpunkt einer Funktion $f : D \rightarrow D$ ist ein $x \in D$, sodass $f(x) = x$.
- Totalitätsproblem: Es gibt ein Wort $w \notin L(M)$.
- Hat M einen Müllzustand? Formal definieren wir einen Müllzustand hier als einen Zustand z , der kein Endzustand ist und für den gilt $\delta(z, a) \subseteq \{z\}$ für alle a .
- Ist die Funktion die von M berechnet wird in $O(n^2)$?
- M terminiert auf jeder Eingabe nach zwischen 50 und 55 Schritten.

TIMI10-2 Entscheidbarkeit und Reduktionen (0 Punkte)

- Betrachten Sie die Sprache

$$L_1 = \{w_m \in \{0, 1\}^* \mid \text{TM } M \text{ hält für Eingabe } 01\}$$

wobei w_M das Encoding für M ist.

Welche der folgenden Aussagen ist korrekt? Beweisen Sie Ihre Antwort.

- L_1 ist entscheidbar.
- L_1 ist semi-entscheidbar, aber nicht entscheidbar.
- L_1 ist weder entscheidbar noch semi-entscheidbar.

Um zu zeigen, dass L_1 entscheidbar (bzw. semi-entscheidbar) ist, beschreiben Sie kurz die Funktionsweise einer deterministischen Turingmaschine, die L_1 (semi-)entscheidet. Um zu zeigen, dass L_1 nicht (semi-)entscheidbar ist, reduzieren Sie ein geeignetes Problem auf L_1 .

- b) Prüfen Sie, ob die folgenden Behauptungen wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antworten wie folgt: Wenn eine Sprache L (semi-)entscheidbar ist, beschreiben Sie die Funktionsweise einer deterministischen Turingmaschine, die die charakteristische Funktion χ_L bzw. χ'_L berechnet. Wenn L nicht (semi-)entscheidbar ist, leiten Sie einen Widerspruch ab.
- i) Wenn A und B entscheidbare Sprachen sind, dann ist $A \cap B$ entscheidbar.
 - ii) Wenn A und $A \cup B$ entscheidbar sind, dann ist B entscheidbar.
 - iii) Das Problem, ob $L(M) \neq \emptyset$ für eine gegebene Turingmaschine M gilt, ist semi-entscheidbar.
 - iv) Das Problem, ob $L(M) = \emptyset$ für eine gegebene Turingmaschine M gilt, ist semi-entscheidbar.
- c) Zeigen Sie, dass das folgende Problem für jede deterministische Turingmaschine M und natürliche Zahl n entscheidbar ist.

„ M hält auf jeder Eingabe nach höchstens n Schritten.“