

Lösungsvorschlag zur Übung 1 zur Vorlesung
Theoretische Informatik für Medieninformatiker

TIMI1-1 Grammatiken angeben

(2 Punkte)

Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Geben Sie jeweils eine Grammatik G_i an, sodass $L(G_i)$ die Sprache L_i über Σ erzeugt. Verwenden Sie keine ε -Produktionen.¹ Erläutern Sie, warum $L(G_i) = L_i$ gilt, indem Sie die „Aufgabe“ der einzelnen Variablen und Produktionen erläutern. Geben Sie außerdem jeweils den Typ Ihrer Grammatik an (mit Begründung).

a) $L_1 = \{aba, abba, abbabababa\}$

LÖSUNGSVORSCHLAG:

$$G_1 = (\{S\}, \Sigma, \{S \rightarrow aba, S \rightarrow abba, S \rightarrow abbabababa\}, S)$$

Die Grammatik erzeugt $L(G_1)$, da das Startsymbol genau diese drei Wörter mit je einer Produktion erzeugt. Die Grammatik ist von Typ 2 (und damit auch Typ 0, Typ 1), da es keine verkürzenden Regeln gibt, und alle linken Seiten der Produktionen Variablen sind. Die Grammatik ist nicht Typ 3, da alle Produktionen das Format für reguläre Grammatiken verletzen.

b) $L_2 = \{a\}^+$

LÖSUNGSVORSCHLAG:

$$G_2 = (\{S\}, \Sigma, \{S \rightarrow a, S \rightarrow aS\}, S)$$

Die Variable S erzeugt ein a und möglicherweise eine Variable S dazu (siehe erste bzw. zweite Produktion). Um ein a zu generieren, nutzt man die erste Produktion. Um n viele a 's zu generieren, nutzt man die zweite Produktion $(n - 1)$ -mal und die erste Produktion einmal. Die Grammatik ist vom Typ 3 (und 0 und 1 und 2).

¹Eine ε -Produktion ist eine Produktion, deren rechte Seite aus dem leeren Wort besteht.

c) $L_3 = \{a^i b^j a^j b^i \mid i, j > 0\}$.

LÖSUNGSVORSCHLAG:

$$G_3 = (\{S, A\}, \Sigma, \{S \rightarrow aSb, S \rightarrow aAb, A \rightarrow bAa, A \rightarrow ba\}, S)$$

Die Produktionen $A \rightarrow bAa$ und $A \rightarrow ba$ erzeugen $b^j a^j$. Durch $A \rightarrow ba$ wird sichergestellt, dass mindestens ein ba -Paar erzeugt wird ($j > 0$). Außen werden immer links bzw. rechts davon durch $S \rightarrow aSb$ und $S \rightarrow aAb$ je ein a bzw. ein b erzeugt. Insgesamt erzeugen diese zwei Produktionen einen Rahmen von der Form $a^i \dots b^i$ um $b^j a^j$ herum. Durch $S \rightarrow aAb$ wird sichergestellt, dass mindestens ein $a \dots b$ -Paar erzeugt wird ($i > 0$). Die Grammatik ist vom Typ 2 (und 0 und 1), da es keine verkürzenden Regeln gibt und links nur einzelne Variablen stehen. Die Grammatik ist aber nicht vom Typ 3, da das Format für reguläre Grammatiken z.B. durch $S \rightarrow aAa$ verletzt ist.

TIMI1-2 Klammersprache

(0 Punkte)

Die Grammatik G sei definiert durch $G = (\{S, A, B\}, \{(\cdot), [\cdot]\}, P, S)$, wobei

$$P = \{S \rightarrow (S), S \rightarrow [S], S \rightarrow A, S \rightarrow B, A \rightarrow (), A \rightarrow [], B \rightarrow S, B \rightarrow BB\}.$$

a) Von welchem Typ ist die Grammatik G ?

LÖSUNGSVORSCHLAG: Typ 2, da es keine verkürzenden Regeln gibt (daher auch Typ 0 und 1) und alle linken Seiten der Produktionen nur aus einer Variablen bestehen. Aber nicht Typ 3, da es Regeln gibt (sogar alle), die nicht in der für Typ 3-Grammatiken zugelassenen Form sind (also deren rechte Seite weder von der Form aV noch von der Form a ist).

b) Stellen Sie für folgende Zeichenketten fest, ob sie Wörter in $L(G)$ sind. Begründen Sie Ihre Antwort. Bei Wörtern, die in $L(G)$ sind, geben Sie eine Ableitung an.

- $()[[()]]$

LÖSUNGSVORSCHLAG:

In $L(G)$. Ableitung:

$$S \Rightarrow B \Rightarrow BB \Rightarrow SB \Rightarrow SS \Rightarrow AS \Rightarrow ()S \Rightarrow ()[S] \Rightarrow ()[[S]] \Rightarrow ()[[A]] \Rightarrow ()[[()]]$$

- $[[BA]]$

LÖSUNGSVORSCHLAG: Nicht in $L(G)$. Dies ist nicht einmal ein Wort über dem zugrundeliegenden Alphabet, sondern enthält noch Variablen.

- $([[]])$

LÖSUNGSVORSCHLAG: Nicht in $L(G)$. Es gibt keine Regel, die ein $]$ erzeugt, ohne dass links davon auch ein $[$ erzeugt würde.

- $[(())()]$

LÖSUNGSVORSCHLAG:

In $L(G)$. Ableitung:

$$S \Rightarrow [S] \Rightarrow [B] \Rightarrow [BB] \Rightarrow [BBB] \Rightarrow [SBB] \Rightarrow [SSB] \Rightarrow [SSS] \\ \Rightarrow [ASS] \Rightarrow [AAS] \Rightarrow [AAA] \Rightarrow [()AA] \Rightarrow [()()A] \Rightarrow [()()()]$$

- $((([[]])))$

LÖSUNGSVORSCHLAG: Nicht in $L(G)$. Jede Regel, die $[$ erzeugt, erzeugt auch $]$ und umgekehrt. Somit muss es in einem Wort in $L(G)$ immer gleich viele $[$ wie $]$ geben. In diesem Wort ist das aber nicht der Fall.

- c) Geben Sie vier verschiedene Wörter aus $L(G)$ an, die nicht in Teilaufgabe b) vorkommen.

LÖSUNGSVORSCHLAG: $[], (), [[]], ([[]]), [()], \dots$

- d) Geben Sie 4 verschiedene Wörter aus $\{[,], (,)\}^*$ an, die nicht in $L(G)$ liegen und die nicht in Teilaufgabe b) vorkommen.

LÖSUNGSVORSCHLAG: $[()], ([)], [[]](), ([[]]), [([])], \dots$

- e) Beschreiben Sie die Sprache $L(G)$ in natürlicher Sprache möglichst kurz und genau.

LÖSUNGSVORSCHLAG: G akzeptiert die Sprache der zueinander passenden Klammern, wobei es eckige $[]$ und runde $()$ Klammern gibt.