Prof. Dr. Jasmin Blanchette
Jannis Limperg
Lydia Kondylidou

Ludwig-Maximilians-Universität München
Institut für Informatik
Keine Abgabe

Übung 13 zur Vorlesung

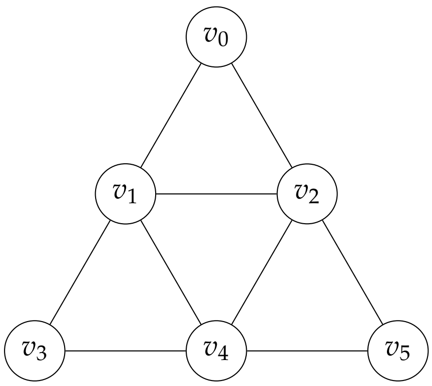
Theoretische Informatik für Medieninformatiker

Dieses Übungsblatt kann aus Zeitgründen nicht mehr abgegeben werden und wird somit auch nicht korrigiert.

TIMI13-1 ***$\mathcal{NP}$-Vollständigkeit von Graphenproblemen*** (0 Punkte)

Das Independent-Clique-Problem (ICP) beantwortet für einen Graphen G und eine natürliche Zahl n die Frage, ob es in G eine Clique C der Größe n und ein Independent Set I der Größe n gibt, sodass $|C \cap I| = 1$ gilt.

a) Der Graph G sei:



Beantworten Sie für alle $n \in \mathbb{N}$ die Frage, ob $(G, n) \in$ ICP gilt. Begründen Sie Ihre Antworten.

b) Zeigen Sie, dass ICP $\mathcal{NP}$-vollständig ist.

TIMI13-2 ***SAT-Varianten in $\mathcal{P}$ und $\mathcal{NP}$*** (0 Punkte)

a) Sei UNSAT = $\{code(F) \mid F$ ist eine widersprüchliche Formel$\}$. Nehmen Sie an, dass UNSAT in $\mathcal{NP}$ ist.

Wir betrachten folgende Reduktionsfunktion von SAT auf UNSAT: Teste alle möglichen Variablenbelegungen der Formel. Wenn eine erfüllende Variablenbelegung gefunden wurde, gib $x \land \neg x$ zurück, ansonsten x.

Ist diese Reduktionsfunktion geeignet, um zu zeigen, dass UNSAT $\mathcal{NP}$-vollständig ist? Begründen Sie Ihre Antwort.

b) Sei 3mal-3SAT $= \left\{ code(F) \;\middle|\; \begin{array}{l} F \text{ ist eine 3-CNF und hat mindestens} \\ \text{3 verschiedene erfüllende Belegungen} \end{array} \right\}$.

Zeigen Sie, dass 3mal-3SAT $\mathcal{NP}$-vollständig ist, wobei Sie für den Nachweis der $\mathcal{NP}$-Schwere eine Reduktion von 3-CNF-SAT auf 3mal-3SAT durchführen.

Hinweis: Was könnten Sie in der benötigten Reduktionsfunktion f hinzufügen, um aus einer erfüllenden Belegung 3 erfüllende Belegungen zu erzeugen?

c) Sei Pos-3-SAT $= \left\{ code(F) \;\middle|\; \begin{array}{l} F \text{ ist eine 3-CNF, in der ausschließlich} \\ \text{positive Literale vorkommen} \end{array} \right\}$.

i) Liegt Pos-3-SAT in $\mathcal{P}$?

ii) Liegt Pos-3-SAT in $\mathcal{NP}$?

Begründen Sie jeweils Ihre Antworten.