Prof. Dr. Jasmin Blanchette
Jannis Limperg

Ludwig-Maximilians-Universität München
Institut für Informatik
Abgabe bis 24. Mai 2023, 10:00 Uhr

Übung 5 zur Vorlesung
Theoretische Informatik für Medieninformatiker

TIMI5-1 ***Pumping-Lemma*** (2 Punkte)

Geben Sie für die folgenden Sprachen über $\{a, b, c\}$ an, ob diese regulär oder nicht regulär sind, und beweisen Sie, dass Ihre Antwort stimmt.

Um zu beweisen, dass eine Sprache nicht regulär ist, verwenden Sie das Pumping-Lemma. Um zu beweisen, dass eine Sprache regulär ist, genügt es, ein Konstrukt K anzugeben, das die Sprache erzeugt/erkennt. Sie müssen nicht beweisen, dass $L(K) = L$ ist.

a) $L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \in \mathbb{N}\}$

b) $L = \{a^i b^j \mid i, j \in \mathbb{N}\} \cup \{b^i c^j \mid i, j \in \mathbb{N}\}$

c) $M = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$

d) $N = \{a^{3k+2} \mid k \in \mathbb{N}, k \geq 2\}$

e) $Q = \{a^{(k+2)!} \mid k \in \mathbb{N}\}$

f) $R = \{w \mid \#_a(w) = \#_b(w)\}$

TIMI5-2 ***Konservative Erweiterungen regulärer Ausdrücke*** (0 Punkte)

In dieser Aufgabe geht es um Erweiterungen regulärer Ausdrücke mit zusätzlichen Operatoren. Geben Sie für jede Erweiterung an, ob sie konservativ ist, und beweisen Sie Ihre Antwort. Eine Erweiterung ist konservativ, wenn die erweiterten regulären Ausdrücke nur reguläre Sprachen beschreiben.

Im Folgenden seien $\alpha, \alpha_0, \alpha_1$ reguläre Ausdrücke.

a) $\alpha?$: Teilwörter, die von α erkannt werden, dürfen vorkommen, müssen aber nicht. Die Semantik von $\alpha?$ ist also $L(\alpha?) = \{\varepsilon\} \cup L(\alpha)$.

b) α^+: wie α^*, aber α muss mindestens einmal vorkommen.
$L(\alpha^+) = \bigcup_{i \in \mathbb{N}_{>0}} L(\alpha)^i = L(\alpha) \cup L(\alpha)^2 \cup L(\alpha)^3 \cup \cdots$

c) $\alpha^{\{i,j\}}$ mit $i, j \in \mathbb{N}$ und $i \leq j$: wie α^*, aber α muss mindestens i-mal und darf höchstens j-mal wiederholt werden.

$$L(\alpha^{\{i,j\}}) = \bigcup_{k=i}^{j} L(\alpha)^k = L(\alpha)^i \cup L(\alpha)^{i+1} \cup L(\alpha)^{i+2} \cup \cdots \cup L(\alpha)^j$$

d) $s(\alpha)$ („Shuffle-Operator"): die Buchstaben von α dürfen in beliebiger Reihenfolge auftauchen.

$L(s(\alpha)) = \{w \mid \exists v \in L(\alpha).\ \forall a \in \Sigma.\ \#_a(v) = \#_a(w)\}$

Beispiel: $L(s(aab)) = \{aab, aba, baa\}$.