Prof. Dr. Jasmin Blanchette
Jannis Limperg
Lydia Kondylidou

Ludwig-Maximilians-Universität München
Institut für Informatik
Abgabe bis 7. Juni 2023, 10:00 Uhr

Übung 7 zur Vorlesung

Formale Sprachen und Komplexität

FSK7-1 ***CYK-Algorithmus*** (2 Punkte)

Sei G die Grammatik $(\{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5\}, \{\$, \#\}, P, A_1)$ mit

$$\begin{aligned} P = \{&A_1 \to A_3A_4 \mid A_3A_2, \\ &A_2 \to A_1A_4, \\ &A_3 \to \$, \\ &A_4 \to \# \mid A_3A_4, \\ &A_5 \to A_4A_4 \mid \#\} \end{aligned}$$

a) Prüfen Sie mit dem CYK-Algorithmus, ob die folgenden Wörter w_1 und w_2 in $L(G)$ sind.

- $w_1 = \$\$\$\#\#\#$
- $w_2 = \$\$\$\#\$$

Erstellen Sie dazu für jedes Wort die entsprechende Tabelle des Algorithmus und erläutern Sie anhand der Tabelle, ob das Wort in $L(G)$ ist.

b) Verwenden Sie Ihre beiden zuvor erstellten Tabellen, um weitere Wörter w zu finden, die in $L(G)$ liegen. Welche $w \in L(G)$ sind aus den Tabellen ablesbar?

FSK7-2 ***Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen*** (2 Punkte)

a) Betrachten Sie die Sprache $L_1 = \{ba^{2k}ba^kca^{2k} \mid k \in \mathbb{N}\}$ über dem Alphabet $\{a, b, c\}$. Zeigen Sie mit dem Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen, dass L_1 nicht kontextfrei ist.

b) Betrachten Sie die Sprache $L_2 = \{a^pb^p \mid p \text{ ist eine Primzahl}\}$ über dem Alphabet $\{a, b\}$. Zeigen Sie mit dem Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen, dass auch L_2 nicht kontextfrei ist.

FSK7-3 ***Kontextfreie Sprachen*** (0 Punkte)

Sei L die formale Sprache aller Wörter $w \in \{a, b\}^*$, sodass w in der zweiten Hälfte mindestens ein b enthält:

$$L = \{ubv \mid u, v \in \{a, b\}^*, |u| > |v|\}$$

a) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik an, die L erzeugt.

b) Geben Sei einen Kellerautomaten an, der L akzeptiert. (Entsprechend der Definition aus der Vorlesung soll Ihr Kellerautomat durch leeren Keller akzeptieren.)

   Hinweis: Nutzen Sie den Nichtdeterminismus des Automaten aus!

FSK7-4 ***Begrenzter Stack*** (0 Punkte)

a) Ein Kellerautomat mit k-begrenztem Stack ist ein Kellerautomat, bei dem maximal k Symbole auf dem Stack liegen können. Wenn der Stack voll ist, können Übergänge, die ein Symbol auf den Stack legen würden, nicht gewählt werden.

   Zeigen Sie, dass für alle $k \in \mathbb{N}_{>0}$ die Kellerautomaten mit k-begrenztem Stack genau die regulären Sprachen beschreiben.

b) Zeigen Sie, dass für jeden Kellerautomaten K und $i \in \mathbb{N}_0$ gilt:

$$L(K \text{ mit } i\text{-begrenztem Stack}) \subseteq L(K).$$