Prof. Dr. Jasmin Blanchette
Jannis Limperg

Ludwig-Maximilians-Universität München
Institut für Informatik
Abgabe bis 3. Mai 2023, 10:00 Uhr

Übung 2 zur Vorlesung
Formale Sprachen und Komplexität

FSK2-1 ***Kleine Automaten*** (2 Punkte)

In dieser Aufgabe geht es um DFAs mit Eingabealphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Zeigen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen. Wenn Sie für Ihren Beweis konkrete Automaten verwenden, geben Sie deren Zustandsgraphen an.

a) Für jeden DFA A mit genau einem Zustand und $aabbaba \in L(A)$ gilt auch $aa \in L(A)$.

b) Sei B ein DFA mit zwei Zuständen sodass gilt: Es gibt ein Wort $z \notin L(B)$ und $\forall i \in \mathbb{N}.\ a^i \in L(B)$. Für jeden solchen Automaten B gilt auch $bb \notin L(B)$.

c) Für jeden DFA C mit genau drei Zuständen sowie $aba \in L(C)$ und $aaa, aab, abb \notin L(C)$ gilt auch $aa \notin L(C)$.

d) Für jeden DFA D mit genau zwei Zuständen sowie $\varepsilon \notin L(D)$, $a \in L(D)$, $b \in L(D)$ und $bb \in L(D)$ gilt auch $abbbabbaabbba \in L(D)$.

FSK2-2 ***Automaten angeben*** (2 Punkte)

a) Geben Sie den Zustandsgraph eines DFA über dem Alphabet $\{0, \ldots, 9\}$ an, der genau die geraden natürlichen Zahlen (in Dezimalschreibweise) akzeptiert. Nullen am Anfang sind erlaubt, d.h. wir betrachten 002 auch als gerade Zahl.

b) Geben Sie den Zustandsgraph eines DFA über dem Alphabet $\{a, b, c\}$ an, der genau die Wörter akzeptiert, die mit a anfangen und mit b enden. Frei nach dem Motto: „Wer a sagt, muss auch b sagen.“

c) Geben Sie den Zustandsgraph eines DFA über dem Alphabet $\{a, b, c\}$ an, der genau die Wörter abc, bca und cab akzeptiert.

FSK2-3 ***Reguläre Palindrome*** (0 Punkte)

Für alle Teilaufgaben in dieser Aufgabe ist das Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$.

Hinweis: Die Sprache aller Palindrome ist nicht regulär, kann also nicht durch einen DFA beschrieben werden. (Wie man das zeigt, lernen Sie später in der Vorlesung). Sie sollten also in den Teilaufgaben b) und c) nicht versuchen, einen Automaten für die Sprache der Palindrome anzugeben.

a) Zeigen Sie: Jede Sprache, die nur endlich viele Wörter enthält, ist regulär.

b) Geben Sie den Zustandsgraph eines DFA A an, der nur Wörter akzeptiert, die Palindrome sind und jeweils mindestens ein a und ein b enthalten. Zudem soll A mindestens 8 verschiedene Wörter akzeptieren, also $|L(A)| \geq 8$.

c) Geben Sie den Zustandsgraph eines DFA B an, der (1) alle Palindrome akzeptiert und (2) nur Nicht-Palindrome akzeptiert, die mindestens 4 Buchstaben lang sind.

FSK2-4 ***Grammatik-Konkatenation*** (0 Punkte)

Seien G und G' Typ i-Grammatiken (für $i \in \{0, \ldots, 3\}$) sodass $\varepsilon \notin L(G)$ und $\varepsilon \notin L(G')$.

Zeigen oder widerlegen Sie für alle i: Es gibt eine Grammatik G'' vom Typ i, sodass $L(G'') = L(G)L(G')$.