H-20:

Wir reduzieren INDEPENDENT SET auf CLIQUE. D.h wir brauchen eine Funktion, die aus einem Graphen G und Zahl k in polynomieller Zeit einen Graphen G' und Zahl k' berechnet, so dass G' genau dann eine Clique der Größe k' hat, wenn G eine unabhängige Menge der Größe k hat.

Betrachte dafür zu einen Graphen G=(V,E) den Komplementärgraphen

G- = (V,E-) wobei E- = (V über 2) \ E.

G- hat also zwischen zwei Knoten u,v genau dann eine Kante wenn G dort keine Kante hat.

Nun gilt: Eine Teilmenge U von V ist genau dann unabhängig in G, wenn sie eine Clique in G- ist.

Also hat G- genau dann eine Clique der Größe k, wenn G eine unabhängige Menge der Größe k hat.

Also ist die Abbildung (G,k) -> (G-,k), die offenbar in polynomieller Zeit berechenbar ist, eine polynomielle Reduktion von INDEPENDENT SET auf CLIQUE.

H-21:

Wir reduzieren INDEPENDENT SET auf SELECTION SET. D.h wir brauchen eine Funktion, die aus einem Graphen G und Zahl k in polynomieller Zeit ein Mengensystem (M,S) und eine Zahl k' berechnet, so dass (M,S) genau dann eine Auswahlmenge der Größe k' hat, wenn G eine unabhängige Menge der Größe k hat.

Betrachte nun ein Mengensystem (M,S), in dem jede Menge B in S die Größe |B|=2 hat. Dann ist dieses ein Graph mit Knotenmenge M und Kantenmenge S. Eine Teilmenge U von M ist dann eine Auswahlmenge genau dann, wenn sie unabhängig in dem Graphen ist.

Gegeben eine Graph G=(V,E), definiere das Mengensystem (M,S) mit Grundmenge M=V und S=E. Dieses ist dann eines wie oben, hat dann also genau dann eine Auswahlmenge der Größe k, wenn G eine unabhängige Menge der Größe k hat.

Also ist die Abbildung (G,k) -> (V,E,k), die offenbar in polynomieller Zeit berechenbar ist, eine polynomielle Reduktion von INDEPENDENT SET auf SELECTION SET.