

H-18:

1. unerfüllbar.

Damit die Formel wahr wird, muss $-x = 1$, also $x=0$ sein, da $-x$ als Klausel vorkommt.

Wegen der Klausel $(x \vee -y)$ muss dann aber $y=0$ sein.

Wegen der Klausel $(y \vee -z)$ muss dann $z=0$ sein.

Dann ist aber die Klausel $(x \vee y \vee z)$ falsch.

2. Tautologie

Damit die Formel falsch wird, muss $--x$ falsch sein, also $x=0$.

Wegen der Teilformel $(-w \wedge -x)$ muss dann $w=1$ sein.

Damit die Teilformel $\neg(-w \vee y)$ falsch wird, muss dann $y=1$ sein. Dann ist aber entweder die zweite oder die letzte

Teilformel wahr, je nachdem ob $z=0$ oder $z=1$ ist.

Also kann die Formel nicht falsch werden.

3. erfüllbar, aber keine Tautologie.

Jede Bewertung mit $z=0$ erfüllt die Formel, da dann $\neg(z \wedge w)$ wahr wird, also die ganze Disjunktion wahr.

Andererseits macht die Bewertung

$x=0, y=0, z=1, w=1$

die Formel falsch.

H-19:

Für jedes Konnektiv führen wir eine Variable v_i ein, die die Teilformel mit dem so nummerierten Zeichen als äußerstes Konnektiv repräsentiert:

$$\begin{array}{cccccccc} (& -x & \vee & y &) & \wedge & (& x & \vee & - & (& y & \wedge & -z &) &) \\ 1 & 2 & & 3 & & & 4 & 5 & & 6 & 7 \end{array}$$

D.h. v_3 repräsentiert die ganze Formel, und v_6 die Teilformel $(y \wedge -z)$. Die Formel $E(F)$ setzt sich zusammen aus den folgenden Klauseln mit der jeweiligen Bedeutung:

Klausel(n)	%% Bedeutung
v_3	%% Formel ist wahr
$\wedge (-v_3 \vee v_2) \wedge (-v_3 \vee v_4) \wedge (-v_2 \vee -v_4 \vee v_3)$	%% $v_3 = v_2 \wedge v_4$
$\wedge (-v_2 \vee v_1 \vee y) \wedge (-v_1 \vee v_2) \wedge (-y \vee v_2)$	%% $v_2 = v_1 \vee y$
$\wedge (-v_1 \vee -x) \wedge (v_1 \vee x)$	%% $v_1 = -x$
$\wedge (-v_4 \vee x \vee v_5) \wedge (-x \vee v_4) \wedge (-v_5 \vee v_4)$	%% $v_4 = x \vee v_5$
$\wedge (-v_5 \vee -v_6) \wedge (v_5 \vee v_6)$	%% $v_5 = -v_6$
$\wedge (-v_6 \vee y) \wedge (-v_6 \vee v_7) \wedge (-y \vee -v_7 \vee v_6)$	%% $v_6 = y \wedge v_7$
$\wedge (-v_7 \vee -z) \wedge (v_7 \vee z)$	%% $v_7 = -z$

(Leicht vereinfachte Version gegenüber der in der Vorlesung, die mit weniger Variablen auskommt. Hier werden die Variablen direkt eingesetzt, statt noch Hilfsvariablen für die Teilformeln, die nur Variablen sind, einzuführen.)