H-16

1. Eine Lösung ist 1,3,2,3

2. Eine Lösung ist 2,4,3

3. Jede Lösung müsste mit 1 oder 3 beginnen. Dann ist aber der linke String länger als der rechte. Da es kein Paar gibt, bei dem die rechte Seite länger ist als die linke, kann dies nie wieder ausgeglichen werden. Daher hat die Instanz keine Lösung

4. Eine Lösung ist 1,1,2,3,1,1

H-17

Wir reduzieren das Disjunktheitsproblem DISJ auf QF-KFG.

Dazu ist eine Funktion anzugeben, die als Eingabe
zwei kontextfreie Grammatiken G1 und G2 bekommt,
und daraus eine neue Grammatik G = G(G1,G2) konstruiert,
mit der Eigenschaft
(*) L(G1) und L(G2) sind disjunkt gdw. L(G) ist quadratfrei.

Seien also Gi = (Vi, Sigma, Pi, Si) für i=1,2 gegeben.
Die Grammatik G(G1,G2) hat
* Variablen V1 + V2 + {S}   (obdA sind V1 und V2 disjunkt)
* Alphabet Sigma + {#}
* Startsymbol S
* Produktionen sind die in P1 und P2, plus eine neue
    S -> S1 # S2 #

Beobachtung: Jedes Wort in L(G) ist von der Form
 v#w# für v in L(G1) und w in L(G2)
und jedes solche Wort ist auch in L(G).

Sind also L(G1) und L(G2) nicht disjunkt, dann ist
für w in L(G1) geschnitten L(G2) das Quadrat w#w# in L(G),
also ist L(G) nicht quadratfrei.

Ist L(G) nicht quadratfrei, so enthält L(G) ein Quadrat w.
Dies muss die Form w = v#v# für ein Wort v in
Sigma* haben. Dann ist aber v in L(G1) und in L(G2),
also sind diese nicht disjunkt.

Damit ist die Äquivalenz (*) gezeigt.