

Übungen zu
Theoretische Informatik für Medieninformatiker

Blatt 12

Präsenzaufgaben:

Aufgabe P-28: Eine Teilmenge $U \subseteq V$ der Knotenmenge eines Graphen $G = (V, E)$ heißt *dominierend*, wenn jeder Knoten in $V \setminus U$ einen Nachbarn in U hat.

Problem DOMINATING SET

Instanz: Graph $G = (V, E)$, $k \in \mathbb{N}$

Frage: Gibt es in G eine dominierende Menge U der Größe $|U| \leq k$?

Zeigen Sie, dass DOMINATING SET NP-vollständig ist.

Aufgabe P-29: Ein *Mengensystem* ist eine Menge $S \subseteq 2^M$ von Teilmengen einer gegebenen Grundmenge M . Eine Menge $H \subseteq M$ ist ein *Hitting Set* für das Mengensystem S , wenn für jede Menge $A \in S$ mindestens ein Element $a \in A$ in H liegt, also $A \cap H \neq \emptyset$ ist.

Das Problem HITTING SET ist:

Gegeben: Grundmenge M , Mengensystem $S \subseteq 2^M$, Zahl $k \in \mathbb{N}$

Frage: Gibt es ein Hitting Set H für S mit $|H| \leq k$?

Zeigen Sie, dass HITTING SET NP-vollständig ist.

Aufgabe P-30: Ein Graph $G = (V, E)$ heißt *k-färbbar*, wenn es eine Abbildung ("Färbung") $c : V \rightarrow \{1, \dots, k\}$ gibt, so dass für jede Kante $\{u, v\} \in E$ gilt $c(u) \neq c(v)$, also benachbarte Knoten verschiedene Farben erhalten.

Problem k-COLOR

Instanz: Graph $G = (V, E)$

Frage: Ist G k -färbbar ?

Zeigen Sie, dass 3-COLOR NP-vollständig ist.

Hausaufgaben:

Aufgabe H-20: Eine *Clique* in einem Graphen $G = (V, E)$ ist eine Teilmenge $U \subseteq V$ von Knoten, in der je zwei Knoten durch eine Kante verbunden sind, d.h. für alle $u, v \in U$ ist $\{u, v\} \in E$.

Das Problem **CLIQUE** ist:

Gegeben: Graph $G = (V, E)$, Zahl $k \in \mathbb{N}$

Frage: Gibt es eine Clique U in G mit $|U| \geq k$?

Zeigen Sie, dass **CLIQUE** NP-vollständig ist.

Aufgabe H-21: Ein *Mengensystem* ist eine Menge $S \subseteq 2^M$ von Teilmengen einer gegebenen Grundmenge M . Eine Menge $A \subseteq M$ ist eine *Auswahlmenge* für das Mengensystem S , wenn für jede Menge $B \in S$ höchstens ein Element $a \in B$ in A liegt, also $|B \cap A| \leq 1$ ist.

Beispiel: Grundmenge $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Die Menge $A = \{3, 4\}$ ist eine Auswahlmenge für das Mengensystem

$$S = \{ \{1, 3, 5\}, \{2, 3\}, \{1, 4, 5\}, \{1, 2, 5\} \}$$

da aus den ersten zwei Mengen nur 3 in A ist, aus der dritten nur 4 und aus der vierten gar keines.

Das Problem **SELECTION SET** ist:

Gegeben: Grundmenge M , Mengensystem $S \subseteq 2^M$, Zahl $k \in \mathbb{N}$

Frage: Gibt es eine Menge Auswahlmenge A für S mit $|A| \geq k$?

Zeigen Sie, dass **SELECTION SET** NP-vollständig ist.

Abgabe der Hausaufgaben: Freitag, 26. 7. 2019, 24⁰⁰ Uhr.

Achtung: Keine Papierabgabe möglich!