

## 07 Formale Sprachen: Übersichten

Prof. Dr. David Sabel

LFE Theoretische Informatik



Letzte Änderung der Folien: 19. Juni 2019

### Trennende Beispiele

- Die Sprache  $\{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$  ist Typ 2 aber nicht vom Typ 3.
- Die Sprache  $\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ ist Palindrom}\}$  ist Typ 2 aber nicht deterministisch-kontextfrei.
- Die Sprache  $\{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\}$  ist Typ 1 aber nicht vom Typ 2.
- Die Sprache  $H = \{M\#w \mid \text{die durch } M \text{ beschriebene Turingmaschine hält bei Eingabe } w\}$  ist Typ 0 aber nicht vom Typ 1. (Die Sprache  $H$  ist das Halteproblem, welches wir später noch genauer betrachten und erläutern).
- Das Komplement von  $H$  ist nicht vom Typ 0.

### Grammatiken und Automaten für die Chomsky-Hierarchie

Sprache	Grammatik	Automat	sonstiges
Typ 3	reguläre Grammatik	endlicher Automat (DFA und NFA)	regulärer Ausdruck
deterministisch kontextfrei	$LR(k)$ -Grammatik	Deterministischer Kellerautomat (DPDA)	
Typ 2	kontextfreie Grammatik	Kellerautomat (PDA) (nichtdeterministisch)	
Typ 1	kontextsensitive Grammatik	linear beschränkte Turingmaschine (LBA) (nichtdeterministisch)	
Typ 0	Typ 0-Grammatik	Turingmaschine (deterministisch und nichtdeterministisch)	

Beachte:  $LR(k)$ -Grammatiken wurden nicht behandelt.

### Deterministisch vs. nichtdeterministisch

Deterministischer Automat	nichtdeterministischer Automat	äquivalent?
DFA	NFA	ja
DPDA	PDA	nein
DLBA	LBA	unbekannt
DTM	NTM	ja

## Abschlusseigenschaften

Sprachklasse	Schnitt	Vereinigung	Komplement	Produkt	Kleenescher Abschluss
Typ 3	✓	✓	✓	✓	✓
det.kontextfrei	×	×	✓	×	×
Typ 2	×	✓	×	✓	✓
Typ 1	✓	✓	✓	✓	✓
Typ 0	✓	✓	×	✓	✓

## Entscheidbarkeiten

Sprachklasse	Wortproblem	Leerheitsproblem	Äquivalenzproblem	Schnittproblem
Typ 3	ja	ja	ja	ja
det.kontextfrei	ja	ja	ja	nein
Typ 2	ja	ja	nein	nein
Typ 1	ja	nein	nein	nein
Typ 0	nein	nein	nein	nein

## Komplexität des Wortproblems

Sprachklasse	
Typ 3, DFA gegeben	lineare Komplexität
deterministisch kontextfrei	lineare Komplexität
Typ 2, Chomsky-Normalform gegeben	$O(n^3)$
Typ 1	exponentiell
Typ 0	unlösbar