

07 Formale Sprachen: Übersichten

Prof. Dr. David Sabel

LFE Theoretische Informatik



Grammatiken und Automaten für die Chomsky-Hierarchie

Sprache	Grammatik	Automat	sonstiges
Typ 3	reguläre Grammatik	endlicher Automat (DFA und NFA)	regulärer Ausdruck
deterministisch kontextfrei	$LR(k)$ -Grammatik	Deterministischer Kellerautomat (DPDA)	
Typ 2	kontextfreie Grammatik	Kellerautomat (PDA) (nichtdeterministisch)	
Typ 1	kontextsensitive Grammatik	linear beschränkte Turingmaschine (LBA) (nichtdeterministisch)	
Typ 0	Typ 0-Grammatik	Turingmaschine (deterministisch und nichtdeterministisch)	

Beachte: $LR(k)$ -Grammatiken wurden nicht behandelt.

Trennende Beispiele

- Die Sprache $\{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ ist Typ 2 aber nicht vom Typ 3.
- Die Sprache $\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ ist Palindrom}\}$ ist Typ 2 aber nicht deterministisch-kontextfrei.
- Die Sprache $\{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ ist Typ 1 aber nicht vom Typ 2.
- Die Sprache
$$H = \{M\#w \mid \text{die durch } M \text{ beschriebene Turingmaschine hält bei Eingabe } w\}$$
ist Typ 0 aber nicht vom Typ 1.
(Die Sprache H ist das Halteproblem, welches wir später noch genauer betrachten und erläutern).
- Das Komplement von H ist nicht vom Typ 0.

Deterministisch vs. nichtdeterministisch

Deterministischer Automat	nichtdeterministischer Automat	äquivalent?
DFA	NFA	ja
DPDA	PDA	nein
DLBA	LBA	unbekannt
DTM	NTM	ja

Abschlusseigenschaften

Sprachklasse	Schnitt	Vereinigung	Komplement	Produkt	Kleenescher Abschluss
Typ 3	✓	✓	✓	✓	✓
det.kontextfrei	×	×	✓	×	×
Typ 2	×	✓	×	✓	✓
Typ 1	✓	✓	✓	✓	✓
Typ 0	✓	✓	×	✓	✓

Entscheidbarkeiten

Sprachklasse	Wort- problem	Leerheits- problem	Äquivalenz- problem	Schnitt- problem
Typ 3	ja	ja	ja	ja
det.kontextfrei	ja	ja	ja	nein
Typ 2	ja	ja	nein	nein
Typ 1	ja	nein	nein	nein
Typ 0	nein	nein	nein	nein

Komplexität des Wortproblems

Sprachklasse	
Typ 3, DFA gegeben	lineare Komplexität
deterministisch kontextfrei	lineare Komplexität
Typ 2, Chomsky-Normalform gegeben	$O(n^3)$
Typ 1	exponentiell
Typ 0	unlösbar