H-21:

Wir reduzieren INDEPENDENT SET auf CLIQUE. D.h wir brauchen eine Funktion, die aus einem Graphen G und Zahl k in polynomieller Zeit einen Graphen G' und Zahl k' berechnet, so dass G' genau dann eine Clique der Größe k' hat, wenn G eine unabhängige Menge der Größe k hat.

Betrachte dafür zu einen Graphen G=(V,E) den Komplementärgraphen
  G- = (V,E-) wobei E- = (V über 2) \ E.
G- hat also zwischen zwei Knoten u,v genau dann eine Kante wenn G dort keine Kante hat.

Nun gilt: Eine Teilmenge U von V ist genau dann unabhängig in G, wenn sie eine Clique in G- ist.

Also hat G- genau dann eine Clique der Größe k, wenn G eine unabhängige Menge der Größe k hat.

Also ist die Abbildung (G,k) -> (G-,k), die offenbar in polynomieller Zeit berechenbar ist, eine polynomielle Reduktion von INDEPENDENT SET auf CLIQUE.

Lösung H-22:

Wie bei P-30 betrachten wir den Spezialfall, wo |A|=2 ist für jede Menge A in S, also S ein Graph mit Knotenmenge M und Kantenmenge S ist.

Dann enthält für ein m in M die Menge U(m) genau m und die Nachbarn von m.
Eine Teilmenge C von M überdeckt also M, wenn jedes Element in M\C einen Nachbarn in C hat.
Dies ist genau die Bedingung dafür, dass C eine dominierende Menge im Graphen ist.

Covering Set ist also die Verallgemeinerung von Dominating Set auf Mengensysteme.

Die Reduktion ist also im wesentlichen die Identitäts-funktion: gegeben ein Graph G = (V,E) und Zahl k (ein Input für Dominating Set), berechne daraus das Mengensystem aus Grundmenge M = V, S = E = { { u,v } ; U und v durch Kante in E verbunden }, und k bleibt gleich.

Wegen der obigen Überlegung gibt es hierfür eine überdeckende Menge mit k Elementen gdw. G eine dominierende Menge aus k Elementen hat. Die Abbildung reduziert also Dominating Set auf Covering Set.