

H-17

1. unlösbar.

Jede Lösung müsste mit 1 beginnen, dann müsste aber das nächste Paar in der linken Komponente mit b starten.

2. Eine Lösung ist 1,3,2,3

3. unlösbar.

Jede Lösung müsste mit 1 beginnen

a b b

a b b b b

Dann kann der zweite Index nur 3 sein:

a b b|b b a|

a b b b b|a a|

Das dritte Paar muss links mit a beginnen, aber bei keinem der in Frage kommenden Paare passt dann der zweite Buchstabe mit dem ersten rechts zusammen.

H-18

Wir reduzieren das Disjunktheitsproblem DISJ auf PrimKFG.

Dazu ist eine Funktion anzugeben, die als Eingabe zwei kontextfreie Grammatiken G_1 und G_2 bekommt, und daraus eine neue Grammatik $G = G(G_1, G_2)$ konstruiert, mit der Eigenschaft

(*) $L(G_1)$ und $L(G_2)$ sind disjunkt gdw. $L(G)$ ist prim.

Seien also $G_i = (V_i, \Sigma, P_i, S_i)$ für $i=1,2$ gegeben.

Die Grammatik $G(G_1, G_2)$ hat

* Variablen $V_1 + V_2 + \{S\}$ (obdA sind V_1 und V_2 disjunkt)

* Alphabet $\Sigma + \{\#\}$

* Startsymbol S

* Produktionen sind die in P_1 und P_2 , plus eine neue
 $S \rightarrow S_1 \# S_2 \#$

Beobachtung: Jedes Wort in $L(G)$ ist von der Form

$v\#w\#$ für v in $L(G_1)$ und w in $L(G_2)$

und jedes solche Wort ist auch in $L(G)$.

Sind also $L(G_1)$ und $L(G_2)$ nicht disjunkt, dann ist für w in $L(G_1)$ geschnitten $L(G_2)$ das faktorisierte Wort $w\#w\#$ in $L(G)$, also ist $L(G)$ nicht prim.

Ist $L(G)$ nicht prim, so enthält $L(G)$ ein faktorisiertes Wort w . Dies muss die Form $w = v\#v\#$ für ein Wort v in Σ^* haben. Dann ist aber v in $L(G_1)$ und in $L(G_2)$, also sind diese nicht disjunkt.

Damit ist die Äquivalenz (*) gezeigt.