

H-10:

$$L = \{ a^n b^m a^{(n+m)} ; n, m \text{ in } \mathbb{N} \}$$

Für jedes n in \mathbb{N} wähle $w_n := a^n b a^{(n+1)}$ in L
mit $|w_n| = 2n+2 \geq n$.

Sei $w_n = xyz$ eine beliebige Zerlegung mit $|xy| \leq n$ und $|y| \geq 1$.

Dann ist $x = a^i$, $y = a^j$ und $z = a^k b a^{(n+1)}$, wobei $i+j+k=n$.

$$\begin{aligned} \text{Betrachte nun das Wort } w_n' &= xz = a^i a^k b a^{(n+1)} \\ &= a^{(i+k)} b a^{(n+1)}. \end{aligned}$$

Da $j \geq 1$ ist, ist $i+k < n$, und somit w_n' nicht in L .
Daher ist L nicht regulär.

$$L = \{ w \text{ in } \{a,b\}^* ; |w|_b \text{ ist Quadratzahl} \}$$

Für gegebenes n in \mathbb{N} sei $w_n := b^{(n^2)}$
Dann ist $|w_n|_b = n^2$, also w_n in L ,
und $|w_n| = n^2 \geq n$.

Sei $w_n = xyz$ eine beliebige Zerlegung von w_n , mit
 $|xy| \leq n$ und $|y| > 0$.

Dann ist $x = b^i$, $y = b^j$ und $z = b^{(n^2-i-j)}$
für i, j in \mathbb{N} mit $j \geq 1$ und $i+j \leq n$.

Betrachte das Wort $v_n = xy^2z$, also xy^kz für $k=2$.
Es gilt $v_n = b^{(n^2+j)}$, also ist $|v_n|_b = n^2 + j$

Nun ist wegen $j \geq 1$ $n^2 < n^2 + j$
und wegen $i+j \leq n$ ist auch $j \leq n$, also ist
 $n^2 + j \leq n^2 + n < n^2 + 2n + 1 = (n+1)^2$

Daher liegt $|v_n|_b$ echt zwischen zwei aufeinander-
folgenden Quadratzahlen, und kann somit keine Quadratzahl
sein.

Deshalb ist v_n nicht in L , also kann L nicht regulär sein.