

Übungen zur Vorlesung Formale Spezifikation und Verifikation

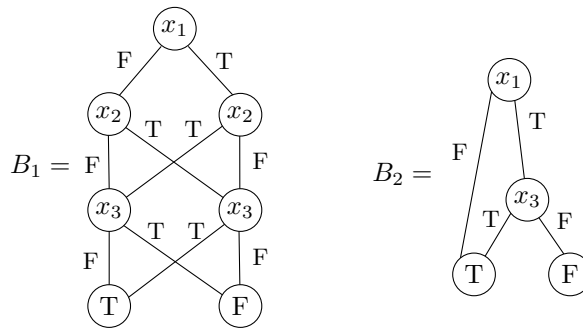
Blatt 3

Aufgabe 3-1 Eine Folge b_0, \dots, b_n von Booleschen Werten kann man als Binärkodierung einer natürlichen Zahl verstehen, wenn man *false* als 0 und *true* als 1 interpretiert. Zum Beispiel repräsentiert *true, true, false* die Zahl 6, da $6 = (110)_2$.

Sei F die Boolesche Funktion über den Variablen $x_0, x_1, x_2, y_0, y_1, y_2$, die den Wert *true* hat, genau dann, wenn die durch x_0, x_1, x_2 binär repräsentierte natürliche Zahl kleiner ist als die durch y_0, y_1, y_2 repräsentierte.

Geben Sie ein BDD für F bezüglich einer Variablenordnung Ihrer Wahl an.

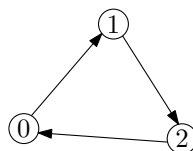
Aufgabe 3-2 Gegeben seien die folgenden BDDs B_1 und B_2 :



Berechnen Sie ein BDD für $B_1 \wedge B_2$. Verwenden Sie dazu den Algorithmus mit dynamischer Programmierung aus der Vorlesung.

Dokumentieren Sie den Ablauf des Algorithmus, indem Sie für geeignete Paare (q_1, q_2) von BDDs das vom Algorithmus berechnete BDD $q_1 \wedge q_2$ angeben. Es genügt diese BDDs nur für die zur Berechnung von $B_1 \wedge B_2$ im Algorithmus tatsächlich benötigten Paare anzugeben.

Aufgabe 3-3 Gegeben sei ein System mit Zustandsmenge $\{0, 1, 2\}$, welches folgende Zustandsübergänge erlaubt:



Das System implementiert also einen Zähler mit Überlauf.

Die Zustände dieses Systems können durch die Belegungen zweier Variablen x_0, x_1 wie folgt repräsentiert werden: Zustand 0 wird repräsentiert durch $x_0 = x_1 = false$, Zustand 1 wird repräsentiert durch $x_0 = false \wedge x_1 = true$ und Zustand 2 wird repräsentiert durch $x_0 = true \wedge x_1 = false$.

- a) Geben Sie ein BDD *sanity* an, das die Zustandsmenge $\{0, 1, 2\}$ repräsentiert (Variablenordnung: $x_0 < x_1$).
- b) Geben Sie ein BDD *initial* an, das die Zustandsmenge $\{0\}$ repräsentiert (Variablenordnung: $x_0 < x_1$).
- c) Geben Sie ein BDD *next* an, das die möglichen Zustandsübergänge repräsentiert. Verwenden Sie Variablen x'_0 und x'_1 für Folgezustände sowie die Variablenordnung $x_0 < x'_0 < x_1 < x'_1$.
- d) Berechnen Sie:

$$sanity \wedge (\exists x_1. \exists x_0. initial \wedge next)[x'_0 := x_0][x'_1 := x_1]$$

Welche Menge wird durch dieses BDD im Transitionssystem repräsentiert?