

Übungen zur Vorlesung Formale Spezifikation und Verifikation

Blatt 11

Aufgabe 11-1 In dieser Aufgabe betrachten wir die operationelle Semantik der While-Sprache. Sei P das Programm

$$[z := 1]^1; \text{ while } [x > 0]^2 \text{ do } ([z := z * y]^3; [x := x - 1]^4)$$

zur Berechnung von y^x . Sei σ ein Programmmzustand mit $\sigma(x) = 1$, $\sigma(y) = 3$ und $\sigma(z) = 0$.

Geben Sie für geeignete P_1 , σ_1 und σ_2 Herleitungen der Urteile $\langle P, \sigma \rangle \rightarrow \langle P_1, \sigma_1 \rangle$ und $\langle P_1, \sigma_1 \rangle \rightarrow \sigma_2$ in der operationellen Semantik an.

Hinweis: Die Herleitungen lässt sich am einfachsten konstruieren, wenn den Teil rechts vom Pfeil zunächst frei lässt (also nur $\langle P, \sigma \rangle \rightarrow \dots$ betrachtet) und dann sukzessive die Regeln anwendet. Was rechts vom Pfeil stehen muss sollte dann klar werden, wenn man zu einer Regel ohne Prämissen (z.B. (ASS)) kommt.

Aufgabe 11-2 In dieser Aufgabe betrachten wir die operationelle Semantik der funktionalen Programmiersprache.

- Geben Sie eine Herleitung für $(\text{fn } f \Rightarrow f \ 1) (\text{fn } x \Rightarrow x + 2) \longrightarrow 3$ an.
- Zeigen Sie: Es gibt keinen Wert v , so dass $(\text{fun } f \ x \Rightarrow (f \ x)) \ 1 \longrightarrow v$ gilt.
- Geben Sie ein Programm t an, so dass $t \ n \longrightarrow \text{fib}(n)$ für jede natürliche Zahl n herleitbar ist. Dabei ist $\text{fib}(n)$ die n -te Fibonacci-Zahl, d.h. $\text{fib}(0) = \text{fib}(1) = 1$ und $\text{fib}(n + 2) = \text{fib}(n) + \text{fib}(n + 1)$.

Aufgabe 11-3 Schreiben Sie in der funktionalen Sprache mit Referenzen ein Programm e vom Typ $\text{bool} \rightarrow \text{int}$ und folgendem Verhalten: Bei Anwendung von e auf true , sollen nacheinander die Fakultätszahlen zurückgegeben werden. Der erste Aufruf von e auf true soll also 1 liefern, der zweite 2, der dritte 6, usw. Bei der Anwendung von e auf false soll die Folge auf den Anfang zurückgesetzt werden, d.h. die folgenden Aufrufe von e auf true beginnen dann wieder bei 1.

Aufgabe 11-4 Geben Sie jeweils konkrete τ und ϖ an, so dass die folgenden Urteile im Typsystem mit Referenzen herleitbar sind.

a) $\emptyset \vdash \text{let } x = \text{ref}_A 0 \text{ in } \text{fn}_\pi f \Rightarrow (f (x := !x + 1)) : \tau \& \varpi$

b) $\emptyset \vdash e : \tau \& \varpi$ wobei e folgendes Programm ist:

```

let y = ref_A (fn x => 23) in
y := (fn_\pi x => if x < 1 then 1 else (!y (x - 1)) * x);
!y

```

c) $y : \text{ref}_{\{A,B\}} \text{int} \vdash \text{fun}_\pi f x \Rightarrow \text{if } x > 0 \text{ then } (y := !y * 2); f (x - 1) \text{ else } !y : \tau \& \varpi$