

Übungen zur Vorlesung Formale Spezifikation und Verifikation

Blatt 1

Aufgabe 1-1 Sei φ die Formel $\neg A \Rightarrow B \Rightarrow A \vee B \Leftrightarrow (B \wedge \neg A \vee B)$.

- Fügen Sie in φ alle Klammern ein, die dank der Präzedenzregeln für die Junktoren weggelassen werden konnten.
- Zeichnen Sie einen Syntaxbaum für φ .
- Sei η eine Variablenbelegung mit $\eta(A) = \text{true}$ und $\eta(B) = \text{false}$. Geben Sie alle Teilformeln ψ von φ an, für die $\llbracket \psi \rrbracket \eta = \text{true}$ gilt.

Aufgabe 1-2 Entscheiden Sie für jede der folgenden Formeln, ob sie allgemeingültig, erfüllbar oder unerfüllbar ist.

- $(A \wedge B \Rightarrow C) \Leftrightarrow \neg(A \wedge B) \vee \neg C$
- $(A \Rightarrow B) \Rightarrow (B \Rightarrow A)$
- $((A \Rightarrow B) \Rightarrow A) \Rightarrow A$

Zeigen Sie, dass $A \Rightarrow B$ genau dann allgemeingültig ist, wenn $A \wedge \neg B$ unerfüllbar ist.

Aufgabe 1-3 In der Vorlesung wurden die Formeln der Aussagenlogik durch die Grammatik

$$\mathcal{F} ::= \mathcal{A} \mid \neg \mathcal{F} \mid \mathcal{F} \vee \mathcal{F} \mid \mathcal{F} \wedge \mathcal{F} \mid \mathcal{F} \Rightarrow \mathcal{F} \mid \mathcal{F} \Leftrightarrow \mathcal{F} \mid \top \mid \perp$$

definiert.

Zeigen Sie: Jede aussagenlogische Formel ist äquivalent zu einer Formel, die

- von der Grammatik $\mathcal{F} ::= \mathcal{A} \mid \neg \mathcal{F} \mid \mathcal{F} \vee \mathcal{F}$ erzeugt wird.
- von der Grammatik $\mathcal{F} ::= \mathcal{A} \mid \perp \mid \mathcal{F} \Rightarrow \mathcal{F}$ erzeugt wird.

Aufgabe 1-4 Entscheiden Sie mit dem DPLL-Algorithmus, ob folgende Formel erfüllbar ist. Berechnen Sie eine erfüllende Belegung, falls möglich.

$$D \wedge (\neg D \vee \neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee \neg E) \wedge (E \vee A \vee \neg D) \wedge (\neg F \vee G) \\ \wedge (\neg G \vee (\neg D \vee \neg C)) \wedge (C \vee \neg H) \wedge (H \vee F) \wedge (D \vee A \vee B)$$

Aufgabe 1-5 Sei φ die aussagenlogische Formel

$$A \Leftrightarrow \neg(B \Leftrightarrow \neg C) .$$

Führen Sie für diese Formel das Tseitin-Verfahren aus und berechnen Sie so eine zu φ erfüllbarkeitsäquivalente Formel ψ .

Geben Sie eine Belegung an, die φ wahr macht und ψ falsifiziert.