

Aufgabe 8-2. Ein mögliche Regel für die Applikation ist

$$\text{(App)} \frac{\mathcal{W}(\Gamma, e_0) = (\theta_0, \tau_0) \quad \mathcal{W}(\Gamma[\theta_0], e_1) = (\theta_1, \tau_1) \quad \theta_2 = \mathcal{U}(\tau_0[\theta_1], \tau_1 \rightarrow \gamma) \text{ für eine neue Variable } \gamma}{\mathcal{W}(\Gamma, e_0 e_1) = (\theta_0; \theta_1; \theta_2, \gamma[\theta_2])}$$

Dabei bedeutet $\theta_2 = \mathcal{U}(\tau_0, \tau_1 \rightarrow \gamma)$ dass θ_2 eine allgemeinstmögliche Einsetzung ist, die $\tau_0[\theta_2] = (\tau_1 \rightarrow \gamma)[\theta_2]$ wahr macht. Für γ muss eine bisher unbenutzte Variable gewählt werden.

Damit können wir nun $\mathcal{W}(\emptyset, \mathbf{fun} f x \Rightarrow x (f x))$ berechnen. Schreibe dazu Γ als Abkürzung für $[f \mapsto (\alpha \rightarrow \beta), x \mapsto \alpha]$. Wenn wir weiterhin Π als Abkürzung für die Herleitung

$$\text{(App)} \frac{\text{(Var)} \frac{}{\mathcal{W}(\Gamma, f) = (\emptyset, \alpha \rightarrow \beta)} \quad \text{(Var)} \frac{}{\mathcal{W}(\Gamma, x) = (\emptyset, \alpha)} \quad [\gamma_1 \mapsto \beta] = \mathcal{U}(\alpha \rightarrow \beta, \alpha \rightarrow \gamma_1)}{\mathcal{W}(\Gamma, f x) = ([\gamma_1 \mapsto \beta], \beta)}$$

schreiben, so ergibt sich die gewünschte Herleitung als:

$$\text{(App)} \frac{\text{(Var)} \frac{}{\mathcal{W}(\Gamma, x) = (\emptyset, \alpha)} \quad \Pi \quad [\alpha \mapsto (\beta \rightarrow \gamma_2)] = \mathcal{U}(\alpha, \beta \rightarrow \gamma_2)}{\text{(Fun)} \frac{\mathcal{W}(\Gamma, x (f x)) = ([\gamma_1 \mapsto \beta, \alpha \mapsto (\beta \rightarrow \gamma_2)], \gamma_2) \quad [\gamma_2 \mapsto \beta] = \mathcal{U}(\beta, \gamma_2)}{\mathcal{W}(\emptyset, \mathbf{fun} f x \Rightarrow x (f x)) = ([\gamma_1 \mapsto \beta, \alpha \mapsto (\beta \rightarrow \beta), \gamma_2 \mapsto \beta], (\beta \rightarrow \beta) \rightarrow \beta)}}$$