

Übungen zur Vorlesung Formale Spezifikation und Verifikation

Blatt 1

Aufgabe 1-1 Sei φ die Formel $\neg A \Rightarrow B \Rightarrow A \vee B \Leftrightarrow (B \wedge \neg A \vee B)$.

- Fügen Sie in φ alle Klammern ein, die dank der Präzedenzregeln für die Junktoren weggelassen werden konnten.
- Zeichnen Sie einen Syntaxbaum für φ .
- Sei η eine Variablenbelegung mit $\eta(A) = \text{true}$ und $\eta(B) = \text{false}$. Geben Sie alle Teilformeln ψ von φ an, für die $\llbracket \psi \rrbracket \eta = \text{true}$ gilt.

Aufgabe 1-2 Entscheiden Sie für jede der folgenden Formeln, ob sie allgemeingültig, erfüllbar oder unerfüllbar ist.

- $(A \Rightarrow B \Rightarrow C) \Leftrightarrow A \wedge B \Rightarrow C$
- $(A \wedge B \Rightarrow C) \Leftrightarrow \neg(A \wedge B) \vee \neg C$
- $(\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee C) \wedge \neg(A \Rightarrow C)$
- $(A \Rightarrow B) \Rightarrow (B \Rightarrow A)$
- $((A \Rightarrow B) \Rightarrow A) \Rightarrow A$

Zeigen Sie, dass $A \Rightarrow B$ genau dann allgemeingültig ist, wenn $A \wedge \neg B$ unerfüllbar ist.

Aufgabe 1-3 In der Vorlesung wurden die Formeln der Aussagenlogik durch die Grammatik

$$\mathcal{F} ::= \mathcal{A} \mid \neg \mathcal{F} \mid \mathcal{F} \vee \mathcal{F} \mid \mathcal{F} \wedge \mathcal{F} \mid \mathcal{F} \Rightarrow \mathcal{F} \mid \mathcal{F} \Leftrightarrow \mathcal{F} \mid \top \mid \perp$$

definiert.

Zeigen Sie: Jede aussagenlogische Formel ist äquivalent zu einer Formel, die

- von der Grammatik $\mathcal{F} ::= \mathcal{A} \mid \neg \mathcal{F} \mid \mathcal{F} \vee \mathcal{F}$ erzeugt wird.
- von der Grammatik $\mathcal{F} ::= \mathcal{A} \mid \perp \mid \mathcal{F} \Rightarrow \mathcal{F}$ erzeugt wird.

Aufgabe 1-4 Sie arbeiten bei einem Verlag und sollen die Landkarten in allen Büchern an das neue Corporate Design anpassen, welches nur noch die Farben Grün, Hellgrau und Dunkelgrau erlaubt. Dazu müssen die Länder in den Landkarten so mit jeweils einer Farbe eingefärbt werden, dass benachbarte Länder nicht die gleiche Farbe haben.

Geben Sie eine Übersetzung an, welche eine gegebene Landkarte in eine aussagenlogische Formel überführt, so dass die Formel erfüllbar ist genau dann wenn die Landkarte mit den drei Farben eingefärbt werden kann. Erklären Sie, wie man von einer erfüllenden Belegung Ihrer Formel eine Färbung der Karte ablesen kann.

Aufgabe 1-5 Sei φ die aussagenlogische Formel

$$A \Leftrightarrow \neg(B \Leftrightarrow \neg C) .$$

Führen Sie für diese Formel das Tseitin-Verfahren aus und berechnen Sie so eine zu φ erfüllbarkeitsäquivalente Formel ψ .

Geben Sie eine Belegung an, die φ wahr macht und ψ falsifiziert.