

## 1. Übung zur Vorlesung Codierungstheorie

**A1-1 Kraftsche Ungleichung** Zeigen Sie die Umkehrung der Kraftschen Ungleichung: Ist  $C$  ein Präfixcode mit den Codewortlängen  $l_1, \dots, l_n$ , so gilt

$$\sum_{i=1}^n 2^{-l_i} \leq 1$$

**A1-2 Präfixcodes** Eine Quelle generiere die Symbole  $S = \{a, b, c, d, e, f\}$  mit den Häufigkeiten  $\frac{45}{n}, \frac{13}{n}, \frac{12}{n}, \frac{16}{n}, \frac{9}{n}, \frac{5}{n}$  wobei  $n$  so gewählt ist, dass sich die Häufigkeiten zu 1 summieren.

- Welchen Wert hat  $n$ ?
- Berechnen Sie die Entropie dieser Quelle.
- Berechnen Sie einen Präfixcode nach Shannon-Fano und nach Huffman. Welches sind jeweils die mittleren Codewortlängen?

**H1-1 Der EAN-13 Code** (Abgabeformat: Text oder PDF)

Es sei  $F = \{0, \dots, 9\}$ . Die Menge der Codewörter  $C$  besteht aus 13-Tupeln  $(c_1, \dots, c_{13})$  sodass gilt:

$$c_1 + 3c_2 + c_3 + 3c_4 + \dots + 3c_{12} + c_{13} \equiv 0 \pmod{10}$$

Die ersten 12 Ziffern enthalten die eigentliche Information,  $c_{13}$  wird dann entsprechend hinzugefügt. Der EAN-13 Code befindet sich auf vielen Produktverpackungen in der EU in Form eines Strichcodes.

- Zeigen Sie, dass der EAN-13 Code einen Ziffernfehler erkennt.
- Wann erkennt er die Vertauschung benachbarter Ziffern?

**H1-2 Präfixcodes** (Abgabeformat: Text oder PDF)

Wie Aufgabe ??, aber mit den Häufigkeiten  $\frac{25}{100}, \frac{21}{100}, \frac{19}{100}, \frac{18}{100}, \frac{13}{100}, \frac{4}{100}$ .

**H1-3 Eindeutige Decodierung** (Abgabeformat: Text oder PDF)

Bestimmen Sie eine endliche Teilmenge  $C$  von  $\{0, 1\}^*$ , die keinen Präfixcode bildet, aber so, dass doch jede Folge von 0en und 1en auf höchstens eine Weise in Wörter aus  $C$  zerlegt werden kann.

Prüfen Sie, ob Ihre Menge  $C$  die Kraft'sche Ungleichung erfüllt.