Prof. Martin Hofmann
Dr. Ulrich Schöpp
Stephan Barth

Ludwig-Maximilians-Universität München
Institut für Informatik
SS 2013

Übungen zur Vorlesung
Formale Spezifikation und Verifikation

Blatt 10

Aufgabe 10-1 (3 Punkte) Geben Sie für folgendes Programm den Kontrollflussgraphen an und berechnen Sie die Mengen $RD_{entry}(l)$ und $RD_{exit}(l)$ für alle Programmpunkte l.

$$
\begin{array}{l}
\texttt{if } [a = 0]^1 \texttt{ then } [r{:=}b]^2 \texttt{ else } (\\
\quad \texttt{while } [b \neq 0]^3 \texttt{ do } (\\
\quad\quad \texttt{if } [a > b]^4 \texttt{ then } [a := a - b]^5 \texttt{ else } [b := b - a]^6\\
\quad);\\
\quad [r{:=}a]^7\\
)
\end{array}
$$

Aufgabe 10-2 (3 Punkte) Geben Sie für folgendes Programm den Kontrollflussgraphen an und bestimmen Sie die Available Expressions für beide Programme, d.h. berechnen Sie jeweils die größte Lösung der Gleichungen für $AE_{entry}(l)$ und $AE_{exit}(l)$ für alle Programmpunkte l.

$$
\begin{array}{l}
\texttt{while } [x * x + y * y < 4 \wedge i < 50]^1 \texttt{ do}\\
\quad \big([z := x * x - y * y + cx]^2;\ [y := 2 * x * y - cy]^3;\ [x := z]^4;\ [i := i + 1]^5\big)
\end{array}
$$

Aufgabe 10-3 Eine mögliche Anwendung der Available Expressions ist, die wiederholte Auswertung von Ausdrücken bei der Programmausführung zu vermeiden. Der Wert verfügbarer Ausdrücke kann gespeichert werden und dann später ohne Neuauswertung des Ausdrucks benutzt werden. Möchte man keinen zusätzlichen Speicher verwenden, so kann man sich auf verfügbare Ausdrücke beschränken, deren Wert in einer bestimmten Programmvariable verfügbar ist: Ein Ausdruck a ist an einem Programmpunkt in Variable x verfügbar, falls die Variable x an diesem Programmpunkt den Wert des Ausdrucks a speichert.

Passen Sie die Gleichungen für die Available Expressions (d.h. für $AE_{entry}(l)$ und $AE_{exit}(l)$) so an, dass für jeden Programmpunkt die Menge aller Paare (x, a) berechnet wird, für die an diesem Programmpunkt der Ausdruck a in Variable x verfügbar ist.

Aufgabe 10-4 Gegeben sei ein vollständiger Verband $(L, \sqsubseteq)$.

Dann ist die Menge $L \times L$ ebenfalls ein vollständiger Verband bezüglich der Ordnung

$$(x, y) \sqsubseteq (x', y') \qquad \Longleftrightarrow \qquad x \sqsubseteq x' \text{ und } y \sqsubseteq y'.$$

Seien $F_1 \colon L \times L \to L$ und $F_2 \colon L \times L \to L$ zwei monotone Funktionen, d.h. aus $(x, y) \sqsubseteq (x', y')$ folgt $F_1(x, y) \sqsubseteq F_1(x', y')$ und analog für F_2.

Definiere $F, G \colon L \times L \to L \times L$ wie folgt:

$$\begin{aligned} F(x, y) &= (F_1(x, y), F_2(x, y)) \\ G(x, y) &= (F_1(x, y), F_2(F_1(x, y), y)) \end{aligned}$$

Zeigen Sie:

a) $L \times L$ is ein vollständiger Verband.

b) Sowohl F als auch G sind monoton.

c) Der kleinste Fixpunkt von F und G ist gleich.

Abgabe: Sie können ihre Lösungen bis Donnerstag, den 4.7., um 10 Uhr über UniWorX abgeben.