

# **Protokollsicherheit**

Grundbegriffe der Kryptographie

# Ziele

Einführung/Wiederholung grundlegender Konzepte der Kryptographie:

- Hash-Funktionen
- Message Authentication Codes (MACs)
- Symmetrische Verschlüsselung
- Asymmetrische Verschlüsselung
- Digitale Signaturen

# Hash-Funktionen

Eine Hash-Funktion bildet eine Nachricht auf einen Hashwert fester Länge ab:

$$\text{hash: bytes} \rightarrow \text{byte}[k]$$

## Anforderungen:

- $\text{hash}(m)$  ist leicht zu berechnen
- Es ist schwer zu gegebenem  $h$  eine Nachricht  $m$  mit  $\text{hash}(m)=h$  zu finden.
- Es ist schwer eine Kollision zu finden, d.h. Nachrichten  $m_1$  und  $m_2$  mit  $\text{hash}(m_1)=\text{hash}(m_2)$ .

**Anwendungen:** Datenintegrität, Authentifizierung

# Hash-Funktionen

**Beispiel:**  $A$  und  $B$  wollen das Spiel spielen, in dem jeder eine Zahl wählt und in dem der gewinnt, der die größere Zahl gewählt hat.

Hash-Funktionen können benutzt werden, um zu verhindern dass einer der Spieler darauf wartet, dass der andere seine Zahl sagt und dann mit einer größeren Zahl antwortet.

1.  $A$  und  $B$  wählen jeweils Zahlen  $n_A$  und  $n_B$ .
2.  $A \rightarrow B : \text{hash}(n_A)$
3.  $B \rightarrow A : \text{hash}(n_B)$
4.  $A \rightarrow B : n_A$
5.  $B \rightarrow A : n_B$

# Hash-Funktionen

## Beispiel: Secure Hash Algorithm (SHA-1)

- Entwickelt von NIST und NSA auf Basis von MD4.
- Erzeugt 160-Bit Hashwert.
- Verarbeitet Eingabe in 512-Bit-Blöcken.

Besteht die Eingabe aus Blöcken  $B_1 B_2 \dots B_n$ , so wird eine Folge von 160-Bit Werten  $H_1, \dots, H_{n+1}$  iterativ berechnet.

– Initialisierung von  $H_1$ .

–  $H_{i+1} = f(H_i, B_i)$

Der Hash  $H$  wird dann aus  $H_{n+1}$  gebildet ( $H = g(H_{n+1})$ ).

- Algorithmen für  $f$  und  $g$  basieren auf DES.
- 2006 wurde in SHA-1 eine Schwäche in der Kollisionsresistenz entdeckt.  $\Rightarrow$  ähnlichen SHA-2 benutzen (SHA-3 aktuell ausgeschrieben)

# Message Authentication Codes

MACs (auch keyed hashes genannt) sind Codes fester Länge, welche Integrität und Authentizität einer Nachricht bezeugen.

$$\text{mac} : \text{key} * \text{bytes} \rightarrow \text{bytes}[k]$$

Statt der Nachricht  $m$  sendet man das Paar  $(m, \text{mac}(k,m))$ .

## Anforderungen:

- $\text{mac}(k,m)$  ist leicht zu berechnen.
- Ohne den Schlüssel  $k$  ist  $\text{mac}(k,m)$  für eine neue Nachricht  $m$  schwer zu erzeugen, selbst wenn man  $(m_1, \text{mac}(k,m_1)), \dots, (m_n, \text{mac}(k,m_n))$  kennt.

# Message Authentication Codes

Wenn nur Sender und Empfänger den Schlüssel  $k$  kennen, nicht aber der Angreifer, so können sie Integrität und Authentizität der Nachricht überprüfen.

**Integrität:** Ein Angreifer kann die Nachricht  $m$  nicht ändern:

- Änderung zu  $(m_1, \text{mac}(k, m))$  kann vom Empfänger bemerkt werden, indem er  $\text{mac}(k, m_1)$  berechnet und mit dem empfangenen  $\text{mac}(k, m)$  vergleicht.
- Änderung zu  $(m_1, \text{mac}(k, m_1))$  ist wegen der Annahmen an  $\text{mac}$  schwer.

**Authentizität:** Ein Angreifer kann selbst keine gültigen Paare  $(m, \text{mac}(k, m))$  erzeugen. Er kann höchstens alte Nachrichten neu senden.

# Message Authentication Codes

## Implementierung durch Hash-Funktionen:

- Versuch 1

$$\text{mac}(k, m) = \text{hash}(k \| m)$$

Problematisch bei blockbasierten Hash-Funktionen, da man dann dann in vielen Fällen  $\text{mac}(k, m \| m')$  aus  $\text{mac}(k, m)$  ableiten kann.

$(m_1 \| m_2)$  ist Konkatenierung von  $m_1$  und  $m_2$ )



# Message Authentication Codes

## Implementierung durch Hash-Funktionen:

- Versuch 1

$$\text{mac}(k, m) = \text{hash}(k \| m)$$

Problematisch bei blockbasierten Hash-Funktionen, da man dann dann in vielen Fällen  $\text{mac}(k, m \| m')$  aus  $\text{mac}(k, m)$  ableiten kann.

- Versuch 2

$$\text{mac}(k, m) = \text{hash}(m \| k)$$

Kennt man bereits  $m_1$  und  $m_2$  mit  $\text{hash}(m_1)$  und  $\text{hash}(m_2)$ , so kann man dann MACs für diese Nachrichten erzeugen, ohne den Schlüssel zu kennen.

$(m_1 \| m_2)$  ist Konkatenierung von  $m_1$  und  $m_2$ )

# Message Authentication Codes

## Implementierung durch Hash-Funktionen:

- RFC 2104

$$\text{mac}(k, m) = \text{hash}(k \oplus \text{opad} \parallel \text{hash}(k \oplus \text{ipad} \parallel m))$$

wobei  $\text{ipad} = 0x363636 \dots 36$  und  $\text{opad} = 0x5C5C5C \dots 5C$ .

# Symmetrische Verschlüsselung

keygen: unit -> key

encrypt: key \* bytes -> bytes

decrypt: key \* bytes -> bytes

$$\text{decrypt}(k, \text{encrypt}(k, m)) = m$$

## Anforderung:

- Ohne  $k$  ist es schwer  $m$  aus  $\text{encrypt}(k, m)$  zu berechnen.

**Beispiele:** DES, AES, ...

# Beispielprotokoll: Otway-Rees [1987]

Ziel:  $A$  und  $B$  wollen sich auf einen Sitzungsschlüssel  $K_{AB}$  einigen. Der Schlüssel soll von  $S$  erzeugt werden und sonst niemandem bekannt werden.

$A$  und  $B$  haben bereits Langzeitschlüssel zur Kommunikation mit  $S$ .

1.  $A \rightarrow B : M, A, B, \{N_A, M, A, B\}_{K_{AS}}$
2.  $B \rightarrow S : M, A, B, \{N_A, M, A, B\}_{K_{AS}}, \{N_B, M, A, B\}_{K_{BS}}$
3.  $S \rightarrow B : M, \{N_A, K_{AB}\}_{K_{AS}}, \{N_B, K_{AB}\}_{K_{BS}}$
4.  $B \rightarrow A : M, \{N_A, K_{AB}\}_{K_{AS}}$

# Asymmetrische Verschlüsselung

`keygen: unit -> key * key`

`encrypt: key * bytes -> bytes`

`decrypt: key * bytes -> bytes`

`keygen()` erzeugt ein Schlüsselpaar  $(pk, sk)$  aus einem öffentlichen und einem geheimen Schlüssel.

Nachrichten werden mit dem öffentlichen Schlüssel verschlüsselt. Der Empfänger kann sie mit seinem privaten Schlüssel entschlüsseln.

$$\text{decrypt}(sk, \text{encrypt}(pk, m)) = m$$

# Asymmetrische Verschlüsselung

keygen: unit  $\rightarrow$  key \* key

encrypt: key \* bytes  $\rightarrow$  bytes

decrypt: key \* bytes  $\rightarrow$  bytes

## Anforderungen

- Sei  $(pk, sk)$  ein Schlüsselpaar. Dann ist es schwer von  $pk$  auf  $sk$  zu schließen.
- Es ist schwer aus  $encrypt(pk, m)$  und  $pk$  allein die Nachricht  $m$  zu berechnen.

**Beispiele:** RSA, Elgamal, DSA

# Elgamal Verschlüsselung

## Schlüsselerzeugung:

- Erzeuge endliche zyklische Gruppe  $(G, \cdot, 1, (-)^{-1})$  mit Ordnung  $p$  und erzeugendes Element  $g$ . (D.h.  $G = \{g^k \mid k \in \mathbb{N}\}$  und  $|G| = p$ )  
Beispiel:  $\mathbb{Z}_{p+1}^* = (\{1, \dots, p\}, \cdot, 1)$  für große Primzahl  $p + 1$ .
- Wähle Zufallszahl  $x \in \{0, \dots, p - 1\}$ .
- Privater Schlüssel:  $x$
- Öffentlicher Schlüssel:  $(G, g, g^x)$   
(Gruppe der Form  $\mathbb{Z}_p^*$  kann durch  $p$  beschrieben werden.)

# Elgamal Verschlüsselung

## Verschlüsselung:

Sei  $(G, g, h)$  der öffentliche Schlüssel von  $A$ .

Die zu verschlüsselnde Nachricht sei als Element  $m$  von  $G$  gegeben.

- Wähle eine Zufallszahl  $k \in \{0, \dots, |G| - 1\}$ .
- Die verschlüsselte Nachricht ist  $(g^k, m \cdot h^k)$ .

## Entschlüsselung:

Sei  $(s_1, s_2)$  die verschlüsselte Nachricht.

Sei  $x$  der zu  $(G, g, h)$  passende private Schlüssel, d.h.  $h = g^x$ .

- Berechne  $s_1^{-x} \cdot s_2$ .

Es gilt

$$s_1^{-x} \cdot s_2 = (g^k)^{-x} \cdot m \cdot h^k = (g^k)^{-x} \cdot m \cdot (g^x)^k = g^{-kx} \cdot m \cdot g^{xk} = m,$$

d.h. die Nachricht ist damit entschlüsselt.



# Beispielprotokoll: Needham-Schroeder [1978]

Protokoll zur gegenseitigen Authentisierung von  $A$  und  $B$  und zur Etablierung eines gemeinsamen Geheimnis ( $N_A, N_B$ ).

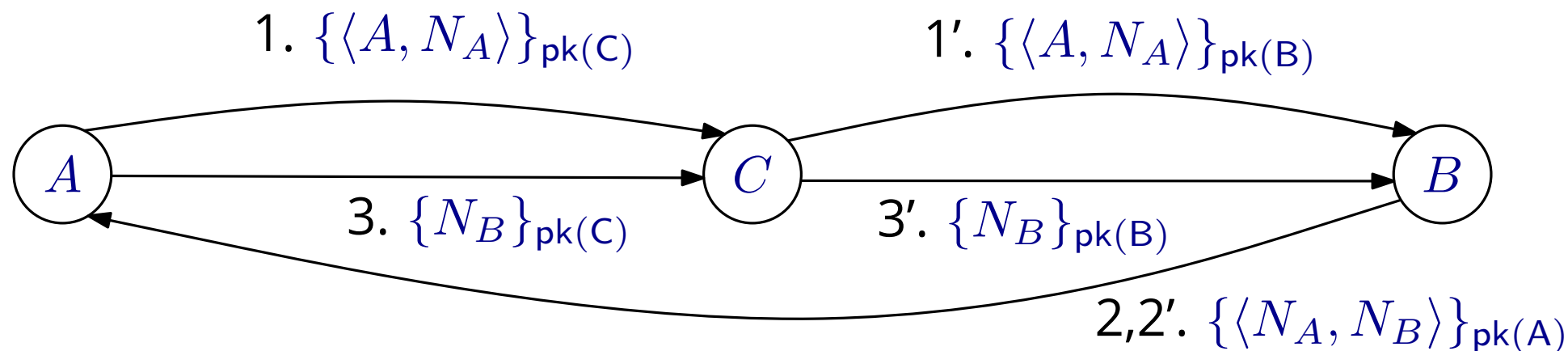
1.  $A \rightarrow B$ :  $\{\langle A, N_A \rangle\}_{pk(B)}$
2.  $B \rightarrow A$ :  $\{\langle N_A, N_B \rangle\}_{pk(A)}$
3.  $A \rightarrow B$ :  $\{N_B\}_{pk(B)}$

# Beispielprotokoll: Needham-Schroeder [1978]

Protokoll zur gegenseitigen Authentisierung von  $A$  und  $B$  und zur Etablierung eines gemeinsamen Geheimnis ( $N_A, N_B$ ).

1.  $A \rightarrow B$ :  $\{\langle A, N_A \rangle\}_{pk(B)}$
2.  $B \rightarrow A$ :  $\{\langle N_A, N_B \rangle\}_{pk(A)}$
3.  $A \rightarrow B$ :  $\{N_B\}_{pk(B)}$

Angriff [Lowe 1996]

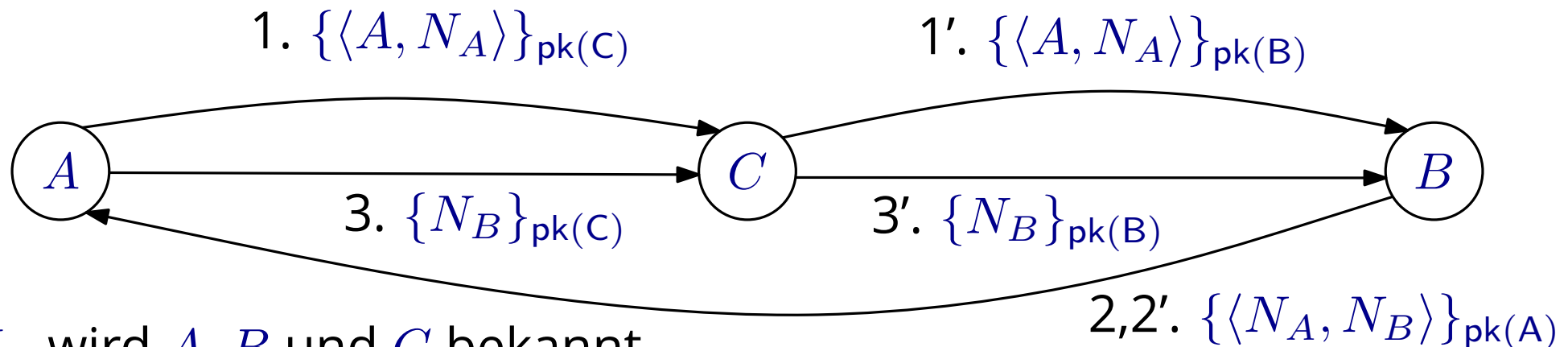


# Beispielprotokoll: Needham-Schroeder [1978]

Protokoll zur gegenseitigen Authentisierung von  $A$  und  $B$  und zur Etablierung eines gemeinsamen Geheimnis ( $N_A, N_B$ ).

1.  $A \rightarrow B$ :  $\{\langle A, N_A \rangle\}_{pk(B)}$
2.  $B \rightarrow A$ :  $\{\langle N_A, N_B \rangle\}_{pk(A)}$
3.  $A \rightarrow B$ :  $\{N_B\}_{pk(B)}$

Angriff [Lowe 1996]



$N_B$  wird  $A$ ,  $B$  und  $C$  bekannt.

$A$  glaubt mit  $C$  zu reden (Lauf 1,2,3).

$B$  glaubt mit  $A$  zu reden (Lauf 1',2',3').

# Beispielprotokoll: Needham-Schroeder [1978]

Protokoll zur gegenseitigen Authentisierung von  $A$  und  $B$  und zur Etablierung eines gemeinsamen Geheimnis ( $N_A, N_B$ ).

1.  $A \rightarrow B$ :  $\{\langle A, N_A \rangle\}_{pk(B)}$
2.  $B \rightarrow A$ :  $\{\langle N_A, N_B \rangle\}_{pk(A)}$
3.  $A \rightarrow B$ :  $\{N_B\}_{pk(B)}$

Lowes korrigiertes Protokoll [1996]:

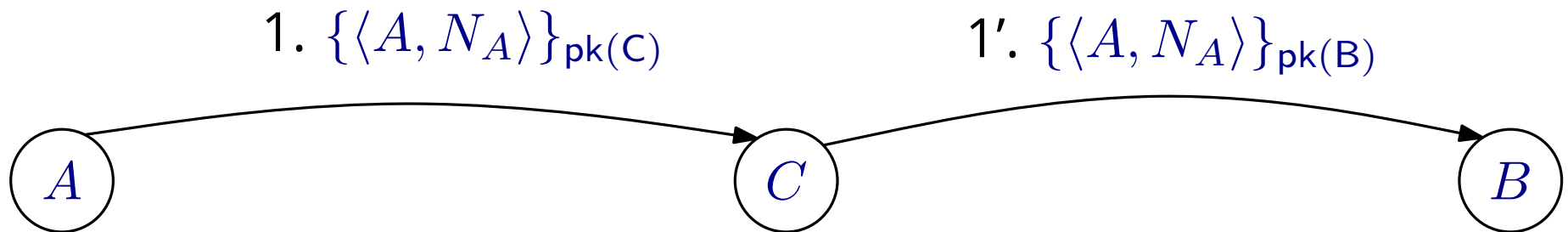
1.  $A \rightarrow B$ :  $\{\langle A, N_A \rangle\}_{pk(B)}$
2.  $B \rightarrow A$ :  $\{\langle \langle N_A, N_B \rangle, B \rangle\}_{pk(A)}$
3.  $A \rightarrow B$ :  $\{N_B\}_{pk(B)}$

Die Sicherheit des korrigierten Protokolls wurde in mehreren Modellen bewiesen, z.B. im symbolischen Modell mit Proverif.

# Needham-Schroeder-Lowe Protokoll mit Elgamal

1.  $A \rightarrow B$ :  $\{\langle A, N_A \rangle\}_{pk(B)}$
2.  $B \rightarrow A$ :  $\{\langle \langle N_A, N_B \rangle, B \rangle\}_{pk(A)}$
3.  $A \rightarrow B$ :  $\{N_B\}_{pk(B)}$

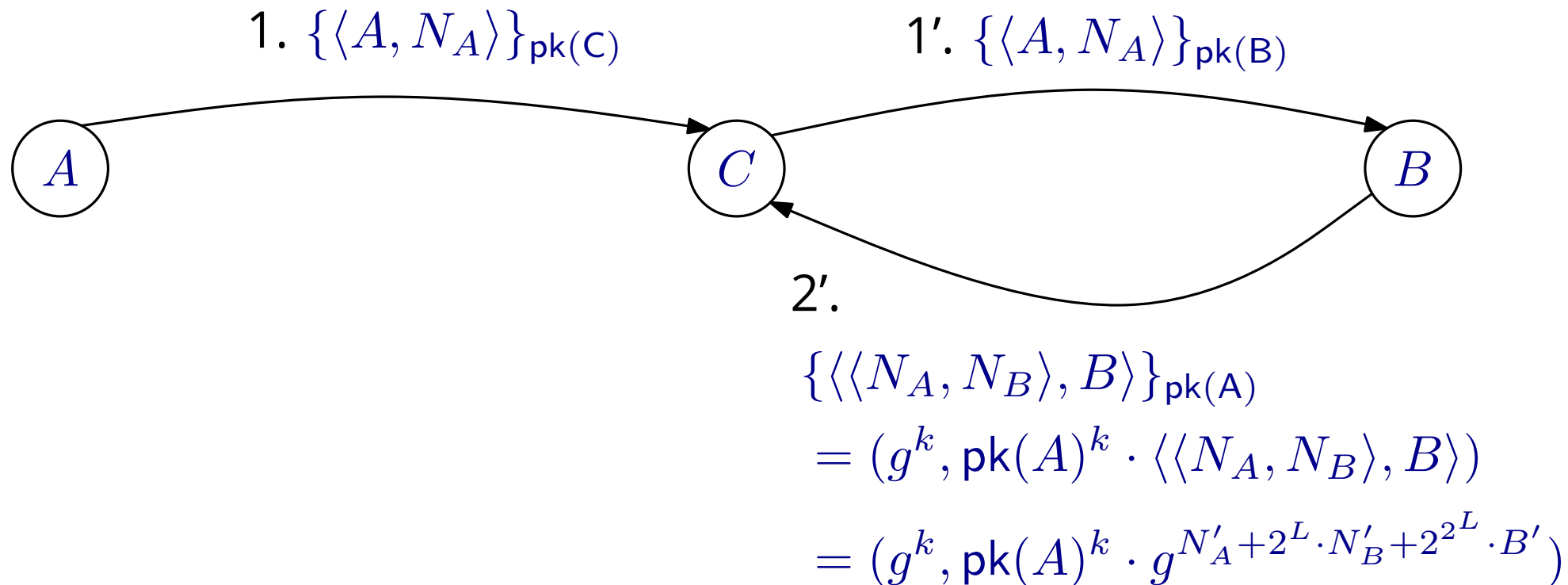
Angriff:



# Needham-Schroeder-Lowe Protokoll mit Elgamal

1.  $A \rightarrow B$ :  $\{\langle A, N_A \rangle\}_{pk(B)}$
2.  $B \rightarrow A$ :  $\{\langle \langle N_A, N_B \rangle, B \rangle\}_{pk(A)}$
3.  $A \rightarrow B$ :  $\{N_B\}_{pk(B)}$

Angriff:



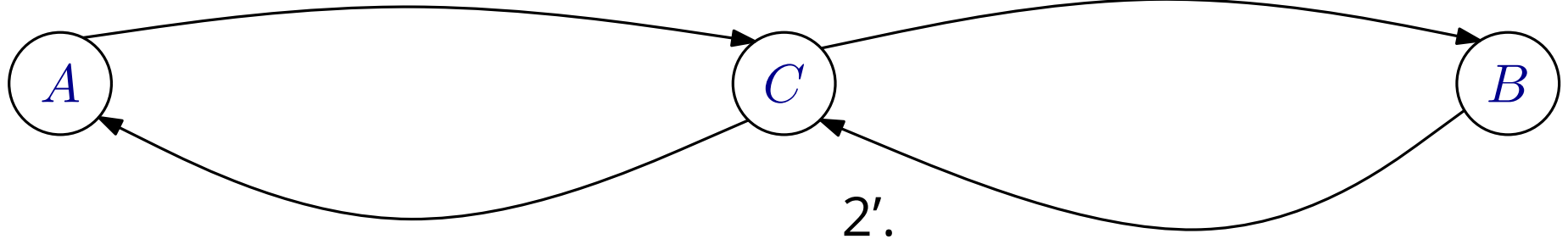
# Needham-Schroeder-Lowe Protokoll mit Elgamal

1.  $A \rightarrow B$ :  $\{\langle A, N_A \rangle\}_{pk(B)}$
2.  $B \rightarrow A$ :  $\{\langle \langle N_A, N_B \rangle, B \rangle\}_{pk(A)}$
3.  $A \rightarrow B$ :  $\{N_B\}_{pk(B)}$

Angriff:

$$1. \{\langle A, N_A \rangle\}_{pk(C)}$$

$$1'. \{\langle A, N_A \rangle\}_{pk(B)}$$



2.

$$\begin{aligned} & \{\langle \langle N_A, N_B \rangle, B \rangle\}_{pk(A)} \cdot g^{2^{2L} \cdot C' - 2^{2L} \cdot B'} \\ &= \{\langle \langle N_A, N_B \rangle, C \rangle\}_{pk(A)} \end{aligned}$$

2'.

$$\begin{aligned} & \{\langle \langle N_A, N_B \rangle, B \rangle\}_{pk(A)} \\ &= (g^k, pk(A)^k \cdot \langle \langle N_A, N_B \rangle, B \rangle) \\ &= (g^k, pk(A)^k \cdot g^{N'_A + 2^L \cdot N'_B + 2^{2L} \cdot B'}) \end{aligned}$$

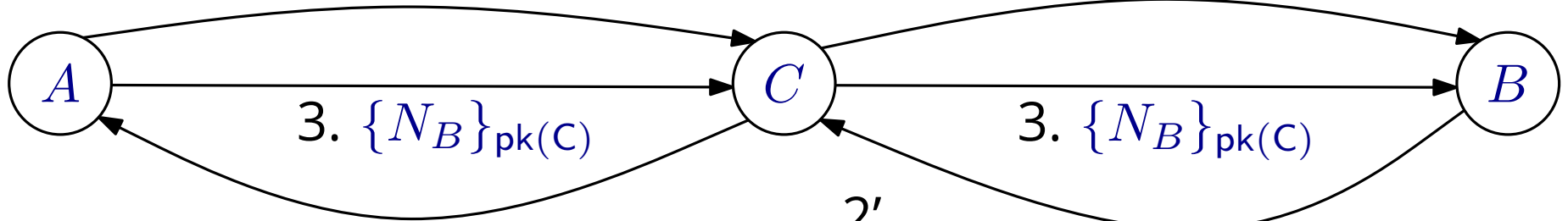
# Needham-Schroeder-Lowe Protokoll mit Elgamal

1.  $A \rightarrow B$ :  $\{\langle A, N_A \rangle\}_{pk(B)}$
2.  $B \rightarrow A$ :  $\{\langle \langle N_A, N_B \rangle, B \rangle\}_{pk(A)}$
3.  $A \rightarrow B$ :  $\{N_B\}_{pk(B)}$

Angriff:

$$1. \{\langle A, N_A \rangle\}_{pk(C)}$$

$$1'. \{\langle A, N_A \rangle\}_{pk(B)}$$



2.

$$\begin{aligned} & \{\langle \langle N_A, N_B \rangle, B \rangle\}_{pk(A)} \cdot g^{2^{2^L} \cdot C' - 2^{2^L} \cdot B'} \\ &= \{\langle \langle N_A, N_B \rangle, C \rangle\}_{pk(A)} \end{aligned}$$

2'.

$$\begin{aligned} & \{\langle \langle N_A, N_B \rangle, B \rangle\}_{pk(A)} \\ &= (g^k, pk(A)^k \cdot \langle \langle N_A, N_B \rangle, B \rangle) \\ &= (g^k, pk(A)^k \cdot g^{N'_A + 2^L \cdot N'_B + 2^{2^L} \cdot B'}) \end{aligned}$$



# Needham-Schroeder-Lowe Protokoll mit Elgamal

**Problem:** Elgamal-Verschlüsselung erlaubt es, verschlüsselte Nachrichten zu verändern, ohne sie zu entschlüsseln.

Ist  $(s_1, s_2)$  der Code für  $m \in G$ , so ist  $(s_1, m' \cdot s_2)$  der Code für  $m \cdot m' \in G$ .

# Digitale Signaturen

Signaturen dienen wie MACs dazu, die Authentizität von Nachrichten sicherzustellen.

`sign : key * bytes -> bytes[k]`

`verify : key * bytes * bytes[k] -> bool`

Zum Signieren benutzt man einen privaten Schlüssel (`sign(sk,m)`), zum Überprüfen den zugehörigen öffentlichen (`verify(pk,m,sign(sk,m))=true`).

## Anforderungen:

- Ohne den Schlüssel `sk` ist `sign(sk,m)` für eine neue Nachricht `m` schwer zu erzeugen, selbst wenn man alte `(m1,sign(sk,m1)), ..., (mn,sign(sk,mn))` kennt.
- Unleugbarkeit: Gilt `verify(pk,m,s) = true`, so hat `s` mit hoher Wahrscheinlichkeit die Form `sign(sk,m)`.

# Digitale Signaturen

Digitale Signaturen können mit Hashfunktionen und asymmetrischen Verschlüsselungsverfahren implementiert werden.

$$\text{sign}(\text{sk}, m) = \text{encrypt}(\text{sk}, \text{hash}(m))$$
$$\text{verify}(\text{pk}, m, s) = (\text{hash}(m) = \text{decrypt}(\text{pk}, s))$$