Prof. Martin Hofmann
Dr. Andreas Abel
Dr. Ulrich Schöpp

Ludwig-Maximilians-Universität München
Institut für Informatik
SS 2012

Übungen zur Vorlesung
Formale Sprachen und Komplexität

Blatt 7

Aufgabe 7-1 (CYK-Algorithmus, 4 Punkte) Betrachten Sie folgende Grammatik G über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ in Chomsky-Normalform mit Startsymbol S:

$$\begin{array}{lcl@{\qquad\qquad}lcl}
S & \to & a & A & \to & a \\
S & \to & b & B & \to & b \\
S & \to & AT & T & \to & SA \\
S & \to & BU & U & \to & SB
\end{array}$$

a) Prüfen Sie mit Hilfe des CYK-Algorithmus', ob *abaaaba* aus S ableitbar ist. Vervollständigen Sie dazu folgende Tabelle:

7							
6							
5							
4							
3							
2	U						
j=1	AS	BS					
	a	b	a	a	a	b	a
	i=1	2	3	4	5	6	7

b) Welche Sprache wird durch G beschrieben?

Aufgabe 7-2 (Kanonischer Kellerautomat, 4 Punkte) Geben Sie einen (nicht-deterministischen) Kellerautomaten $(\{z_0\}, \Sigma, \Gamma, \delta, z_0, X)$ **mit nur einem Zustand** z_0 an, der die durch folgende Typ-2 Grammatik gegebene Sprache erkennt:

$$S \to x \mid y \mid (S) \mid S + S \mid S * S$$

Hierbei ist das Alphabet $\Sigma = \{x, y, (,), +, *\}$. Da der Automat nur einen Zustand z_0 hat, geben Sie bitte die Übergangsfunktion δ in Form von Regeln

$$wA \to B_1..B_n$$

an mit der Bedeutung $\delta(z_0, w, A) \ni (z_0, B_1..B_n)$. Hierbei sind $w \in \Sigma \cup \{\varepsilon\}$, $n \geq 0$ und $A, B_1, \ldots, B_n \in \Gamma$. Das Zeichen $X \in \Gamma$, das zu Beginn auf dem Keller liegt, wählen Sie bitte geeignet.

Nun geben Sie eine Herleitung für die Akzeptanz des Wortes $x*(x+y)$ durch Ihren Kellerautomaten an. Auch hier lassen Sie den Zustand z_0 bitte weg, also schreiben Sie $w, W \vdash w', W'$ für den Übergang von Konfiguration (z_0, w, W) in die Konfiguration (z_0, w', W'). (Wobei $w, w' \in \Sigma^*$ und $W, W' \in \Gamma^*$.)

Aufgabe 7-3 (Klammerausdrücke) Betrachten Sie folgende Sprache L über dem Alphabet $\Sigma = \{(,)\}$, gegeben in Backus-Naur-Form:

$$S \to (S^*)S^*$$

S^* heisst wie gewöhnlich "0 oder mehr Wiederholungen von S".

a) Geben Sie zuerst eine Typ-2 Grammatik für L an.

b) Konstruieren Sie nun einen Kellerautomaten $(\{z_0\}, \Sigma, \Gamma, \delta, z_0, \#)$ mit nur einem Zustand z_0, der L akzeptiert. Notieren Sie δ in der Form der vorangegangenen Aufgabe. Der Automat darf **keine ε-Übergänge** enthalten, d.h., alle anderen Regeln müssen von der Form

$$aA \to B_1..B_n$$

mit $a \in \Sigma$, $n \geq 0$ und $A, B_1, \ldots, B_n \in \Gamma$ sein.

c) Wandeln Sie nun Ihren Kellerautomaten mit dem in der Vorlesung behandelten Verfahren in eine Typ-2 Grammatik um.

Aufgabe 7-4 (Schnitt aus Typ-2 und Typ-3) Ein *Kellerautomat mit Endzuständen* sei ein 7-Tupel $(Z, \Sigma, \Gamma, \delta, z_0, \#, E)$ wobei $(Z, \Sigma, \Gamma, \delta, z_0, \#)$ ein Kellerautomat ist und $E \subseteq Z$ eine Menge von Endzuständen. Ein Kellerautomat mit Endzuständen akzeptiere eine Eingabe nur dann, wenn er sich nach dem Lesen der Eingabe in einem Endzustand befindet **und** der Keller leer ist. (Achtung! Diese Definition ist hausgemacht und entspricht nicht der Definition auf Wikipedia oder in irgendeinem Lehrbuch!)

Zeigen Sie:

a) Zu jedem Kellerautomat gibt es einen mit Endzuständen, der die gleiche Sprache akzeptiert.

b) Zu jedem Kellerautomat mit Endzuständen gibt es einen herkömmlichen Kellerautomaten (ohne Endzuständen), der die gleiche Sprache akzeptiert.

c) Der Schnitt aus einer kontextfreien und einer regulären Sprache ist wieder kontextfrei.

   Hinweis: Jede Typ-2 Sprache entspricht einem Kellerautomaten mit nur einem Zustand. Bilden Sie das Produkt aus diesem Kellerautomaten und einem NEA der Typ-3 Sprache.

In allen Fällen genügt die Konstruktion des Automaten.

Abgabe: Sie können ihre Lösungen bis **Montag, den 18.6., um 12:00 Uhr** im Abgabekasten in der Theresienstraße oder über UniWorX abgeben. In UniWorX werden Dateien im `txt`-Format (reiner Text) oder im `pdf`-Format akzeptiert.